

KÖZELÍTŐ MÓDSZER KÉT TESTRÉSZ KÖZÖTTI VÉGES SZÖGELFORDULÁS TENGYELÉNEK MEGHATÁROZÁSÁRA

Bíró István¹, Fekete Gusztáv²

¹ Szegedi Tudományegyetem, Mérnöki Kar, Műszaki Intézet

² Eötvös Loránd Tudományegyetem, Informatikai Kar, Savaria Műszaki Intézet

biro-i@mk.u-szeged.hu

DOI: 10.17489/biohun/2017/1/03

Absztrakt

E tanulmány célja, humán ízületek véges szögelfordulás tengelye helyzetének és orientációjának meghatározására alkalmas közelítő módszer bemutatása. Humán ízületekben a translációs mozgáskomponensek kevésbé dominánsak a rotációs mozgáskomponensekhez viszonyítva. Ezért, ha a szögelfordulás tengelyének helyzete és orientációja a meghatározandó, a translációs mozgáskomponensek biztonsággal elhanyagolhatóak. Az adatok gyűjtéséhez a Polaris optikai helyzet-meghatározó rendszert alkalmaztuk. A helyzet érzékelőket mereven rögzítettük minden egyes cadaver testrészhez annak érdekében, hogy a testrészek közötti szögelfordulás tengelye helyzetét és irányítottságát minél pontosabban meghatározzuk. A szenzor által rögzített adatok: a szenzorhoz kötött koordináta-rendszer origójának három helyzetkoordinátája az abszolút koordináta-rendszerben, valamint a koordináta-rendszerek közötti három Euler-szög. Példaként a módszer bemutatásra kerül egy emberi térdízületen.

Kulcsszavak: véges szögelfordulás tengelye, Euler-paraméterek, optikai helyzet-meghatározás

Approximate method for determining axis of finite rotation between two body segments

Abstract

The aim of this paper is to present an approximate method for determining the position and orientation of the axis of finite rotation with regard to human joints. In human joints the translational motion components are less dominant compared to rotational motion components. For this reason, if the position and orientation of the axis of rotation have to be determined, the translational motion components can be safely neglected. For data acquisition, Polaris optical tracking system was used. Sensors were secured rigidly to each body parts of the cadaver specimen in order to determine accurately the position and orientation of the axis of rotation between body segments. The data was recorded by each sensor: three position components of the origin of reference frame, secured to the sensor in the absolute coordinate system, and three Euler-angles between the reference frame and the absolute coordinate system. As an example, the method is presented on a human knee joint.

Keywords: axis of finite rotation, Euler-parameters, optical positioning, rotation

1. Bevezetés

A biomechanikában kinematikai paraméterként a rotáció, vagy ad/abdukció széles körben használt a relatív mozgás meghatározására/mérésére. A mai viszonyok között széles körben alkalmazott módszer a markerek, szegek, csavarok rögzítése a csontba,¹⁻³ amelynél a mozgást a markerek által meghatározott koordináta rendszer egymást követő helyzetei közötti változással követjük le.

Hasonló módszerek például a Plücker-vonalak,⁴ a duális vektor módszer,⁵ vagy a pillanatnyi csavartengely (IHA) megközelítés,⁶ amelyet szintén ajánl a Nemzetközi Biomechanikai Társaság. E kidolgozott módszerek természetesen rendelkeznek hátrányokkal és előnyökkel. A Plücker-vonalak módszere érzékeny az adatzajokra és problémát okoz, ha a szögelfordulás nagysága kicsi vagy nulla. Az IHA megközelítés leginkább nyak,⁶ gerinc,⁷ vagy váll⁸ vizsgálatánál alkalmazott, továbbá meg kell említeni, hogy számos tanulmányban, ahol ízületek mozgásvizsgálatát tárgyalják, feltételezik, hogy a vizsgált mozgás síkbeli. Közös hátránya az IHA és a Plücker-vonal módszernek, hogy meglehetősen érzékenyek alacsony szögsebességekre.⁹

A címben felvetett pillanatnyi forgástengelyek meghatározása a protézis beültetések szempontjából is lényeges. Andrónyi et al.¹⁰ arra hívja fel a figyelmet, hogy a térdízületi endoprotézisek sikeres beültetésének egyik legfontosabb feltétele a femorális komponens megfelelő helyzetbe történő beállítása, ami a forgástengelyek ismeretében lehetséges. Amennyiben az nem sikerül, annak számos nemkívánatos következménye lehet. Műtéti szempontból a térd flexiós tengelyének meghatározására a transzcylindrikus tengelyt (TCA) tartja a legalkalmasabbnak, annak alapján, hogy a szakirodalomban található kü-

lönféle módon meghatározott flexiós tengelyek milyen mértékű kinematikai eltéréseket eredményeznek.

Az ebben a tanulmányban javasolt új módszer kihasználja az Euler-paraméterek előnyös tulajdonságait és ráadásul ez a megközelítés nem korlátozódik sík mozgásokra, ugyanakkor tökéletesen stabil marad kis szögsebességek esetén is. A módszer alkalmazása a következő mért adatokat igényli: a szenzorhoz rögzített koordináta-rendszer és az abszolút koordináta-rendszer közötti Euler-szögek és helyzet koordináták az abszolút koordináta-rendszerben. A helyzetadatokat például a Polaris optikai helyzet-meghatározó rendszer rögzíti.¹¹ A koordináta-rendszer helyzetét a Polaris berendezés írja le, Euler-szögekkel és helyzet vektorokkal.

A tanulmány egy közelítő módszert ismerteti emberi mozgások során megjelenő véges szögelfordulás tengelyek szöghelyzetének és irányítottságának meghatározásához. Ez a módszer alkalmas minden relatív mozgás kinematikai vizsgálatára és független a vizsgált mozgás szögsebességétől. A módszer alkalmazását elősősorban a térdnél mutatjuk be.

2. Módszer

2.1 Mérés és adatgyűjtés

A számításhoz szükséges input adatok gyűjtéséhez speciális mérőberendezést állítottunk össze, amelyben a cadaver térdízület rögzíthető.¹² E berendezés speciális jellemzője, hogy megvalósítja a cadaver térdízület (vagy protézis) természetes, kényszer nélküli hajlítását és feszítését. A tibia femurhoz viszonyított mozgását csupán az ízületi felszínnek határozzák meg. A vizsgált minta cadaver emberi térd volt, amelynél egy-egy szenzort rögzítettünk mereven, rendre a femurhoz és a tibiához.

2.2 Euler-paraméterek

Az Euler-paraméterek általános koordinátaként történő alkalmazása viszonylag ritka a kvaternió-elmélet miatt, jóllehet ez elterjedten alkalmazott a térbeli szögelfordulások elméletében.^{13,14} Az Euler-paraméterek egyszerű fizikai értelmezése az 1. ábrán látható.

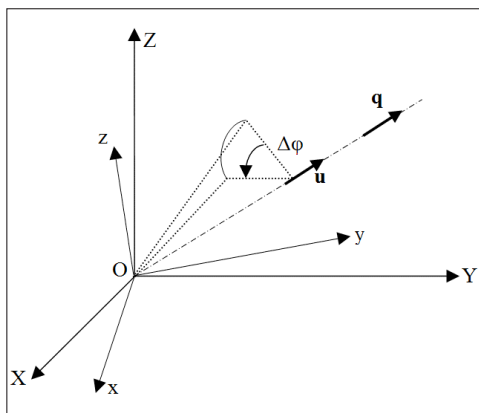
Az Euler-paraméterek képesek a mozgó merev testhez kötött xyz koordináta-rendszer helyzetének és irányítottágának meghatározására a nyugalomban lévőnek tekintett XYZ koordináta-rendszerben. Ha a két koordináta-rendszer origói egybeesnek, akkor – az Euler-elmélet szerint – a helyzetváltozás egyszerű szögelfordulás a forgástengely körül.

Az 1. ábrán a szögelfordulás tengelyének irányát az \mathbf{u} egységvektor jelöli, a szögelfordulás jele $\Delta\varphi$. Defináljuk a \mathbf{q} vektort a következő módon:

$$\mathbf{q} = \mathbf{u} \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \quad (1)$$

A \mathbf{q} vektor komponensei q_p, q_2, q_3 . Bevezetve a

$$q_0 = \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \quad (2)$$



1. ábra. A tengely körüli szögelfordulás, mint transzformáció

mennyiséget, az Euler-paraméterek kvaterniót képeznek, az alábbiak megfelelően:

$$\mathbf{p} = [q_0, q_1, q_2, q_3]. \quad (3)$$

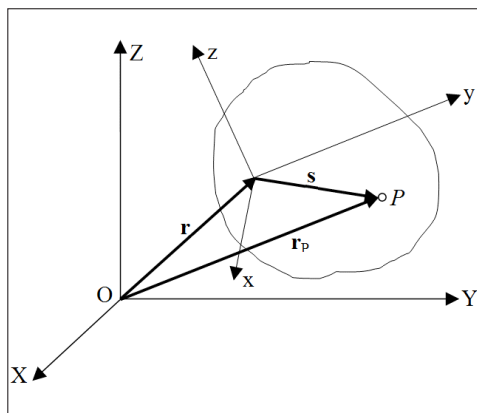
A kvaternió négy valós elemet tartalmaz, ahol az első elem (q_0) skalár érték, míg a további elemek (q_1, q_2, q_3) egy térbeli vektor komponensei. A \mathbf{p} kvaternió elemei az Euler-paraméterek, amelyekre nézve:

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad (4)$$

2.3 Egy merev test általános koordinátái

Bármilyen adott koordináta-rendszerben hat általános koordináta szükséges egy merev test helyzetének meghatározásához. A mozgásban lévő testhez rögzített koordináta-rendszer origója adja meg a test helyzetét (2. ábra). Az origó helyzetét három translációs koordináta írja le.

Az xyz koordináta-rendszer XYZ koordináta-rendszer tengelyeihez viszonyított szöghelyzete három további szögkoordinátával írható le. A továbbiakban a helyzet- és a szögkoordinátákat együtt általános koordinátáknak nevezzük. Ha



2. ábra. A P pont helyzetének meghatározása a merev test felszínén

a merev test általános koordinátái a mozgás során ismertek, akkor a test felszínén lévő P pont koordinátái az XYZ rendszerben (2. ábra) az alábbi módon írhatók le:

$$\mathbf{r}_p = \mathbf{r} + \mathbf{s} = \mathbf{r} + \mathbf{A}\mathbf{s}' \quad (5)$$

ahol

$$\mathbf{r}_p = [X_p, Y_p, Z_p]^T, \quad (6)$$

továbbá \mathbf{s} és \mathbf{s}' ugyanaz a vektor, rendre az abszolút és a mozgó koordináta-rendszerben (2. ábra). A mozgó és az álló koordináta-rendszer közötti (7) rotációs transzformáció megvalósítható az \mathbf{A} -val jelölt transzformációs mátrixszal:

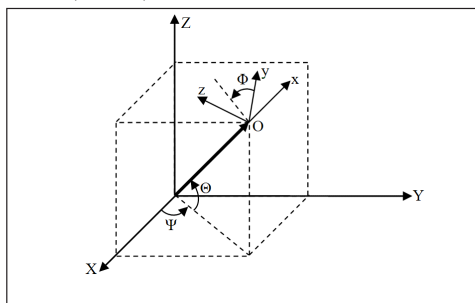
$$\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{s}', \quad (7)$$

ahol \mathbf{s}' ugyanaz a helyvektor a mozgó koordináta-rendszerben, valamint \mathbf{A} az Euler-paraméterekkel kifejezett (8) transzformációs mátrix.¹³

2.4. Az optikai helyzet-meghatározó rendszer és az általános koordináták

A mérésekhez a Polaris optikai helyzet-meghatározó rendszert használtuk. A rendszer a következő kinematikai változókat rögzítette: $X_O, Y_O, Z_O, \Psi, \Theta, \Phi$ (3. ábra). Az X_O, Y_O, Z_O a mozgó testhez kötött koordináta-rendszer origójának helyzet koordinátái az abszolút koordináta-rendszerben.

Az Euler-szögek egymást követő szögelfordulásokként, Ψ, Θ, Φ (Azimuth, Elevation and Roll) határozzák meg a mozgó test szög-helyzetét az abszolút, XYZ koordináta-rendszerben. Az Azimuth (Ψ) szög az X és az Y koordináták elfordulása a Z tengely körül, az Elevation (Θ) szög a Z és az elfordított X koordináták rotációja az elfordított Y tengely körül, végül a Roll (Φ) az elfordított Y és Z koordináták szögelfordulása az elfordított X tengely körül (3. ábra).¹¹



3. ábra. A Polaris optikai helyzet-meghatározó rendszer által rögzített kinematikai változók ($X, Y, Z, \Psi, \Theta, \Phi$)

A mozgó, testhez rögzített (xyz) koordináta-rendszer rotációja és translációja az abszolút (XYZ) koordináta-rendszerben egyszerű transzformációként leírható a következő módon:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & 0 \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & 0 \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & 0 \\ X_O & Y_O & Z_O & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

ahol a \mathbf{T}^{-1} transzformációs mátrix elemei megadhatók az Euler-szögekkel (10).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \cos\Theta \cdot \cos\Psi & \cos\Theta \cdot \sin\Psi & -\sin\Theta & 0 \\ -\cos\Phi \cdot \sin\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Psi & \cos\Phi \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Theta \cdot \sin\Psi & \sin\Phi \cdot \cos\Theta & 0 \\ \sin\Phi \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Psi & -\sin\Phi \cdot \cos\Psi + \cos\Phi \cdot \sin\Theta \cdot \sin\Psi & \cos\Phi \cdot \cos\Theta & 0 \\ X_O & Y_O & Z_O & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (10)$$

2.5. A véges rotáció tengelye irányítottságának és szöghelyzetének meghatározása

A 4. ábrán a mozgó xyz koordináta-rendszer első és második helyzete és szöghelyzete látható az $X_o Y_o Z_o$ vonatkoztatási rendszerben.

A szenzor koordináta-rendszere a mozgó tibiához rögzített. Meg kell jegyezni, hogy a – vázolttal ellentétben – a valóságban a mozgó koordináta-rendszerek egyes helyzetei közötti különbség viszonylag kicsi.

A tibia első és második helyzete közötti kapcsolat a (9) alapján a

$$\mathbf{T}_{1-2} = \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_1^{-1} \quad (11)$$

mátrixegyenlettel írható le, ahol \mathbf{T}_2 a második helyzet Polaris térében értelmezett transzformációs mátrixa, valamint \mathbf{T}_1^{-1} az első helyzet inverz mátrixa.

A \mathbf{T}_{1-2} mátrix harmadrendű almatrixa és az \mathbf{A} (8) transzformációs mátrix kinematikailag egyenértékűek a tibia két helyzete közötti szögelfordulások szempontjából, aminek kö-

szönhetően az Euler-paraméterek számíthatóak. Az \mathbf{A} mátrix elemei az Euler-paraméterek, amelyek meghatározzák a merev test véges szögelfordulás tengelye körüli szögelfordulás mértékét (részletezve: az Euler-paraméterek meghatározzák a rotáció tengelyének egységvektorát, valamint előjelhelyesen a szögelfordulás nagyságát).

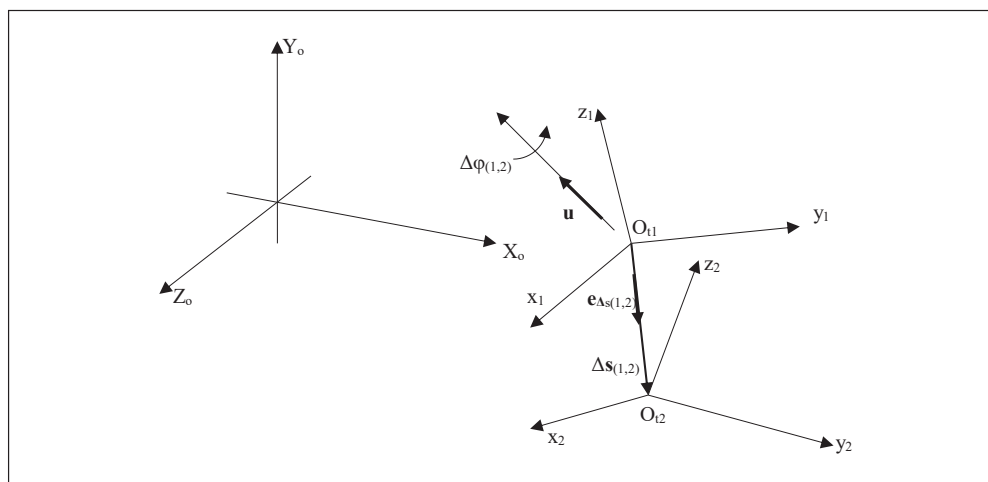
A keresett szögelfordulás az Euler-paraméterek egyikével

$$\Delta\varphi = 2 \cos^{-1} q_o, \quad (12)$$

míg a szögelfordulás tengelyével párhuzamos egység vektor komponensei

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} q_i \\ \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, 3 \quad (13)$$

Most tehető fel a címben meghatározottak szerint megválaszolendő kérdés: mi a mozgó koordináta-rendszer két helyzete közötti véges szögelfordulás tengelyének irányítotttsága és szöghelyzete?



4. ábra. A mozgó koordináta-rendszer első és második helyzete és orientációja az $X_o Y_o Z_o$ vonatkoztatási rendszerben

Ez két lépésben határozható meg (5. ábra):

- Ha a mozgó koordinátarendszer (O_{i1} és O_{i2}) origói (két egymást követő helyzetben) egybeesnek, akkor – a fentiek alapján – az Euler-paraméterekkel a $\Delta\varphi$ szögelfordulás tengelyének \mathbf{u} egység vektora meghatározható.
- Az O_{i1} és O_{i2} origók helyzete közötti $\Delta\mathbf{s}_{(1,2)}$ elmozdulás vektor képezi a translációs mozgás komponensét.

Meg kell jegyezni, hogy emberi ízületekben a szögfordulások sokkal inkább dominánsak, mint a translációs mozgás komponensek.¹⁶ Ez a tény a következőre használható fel: ha a térdízület egyszerű gömbcsuklónak tekinthető (rotáció transláció nélkül), akkor az \mathbf{u} és a $\Delta\mathbf{s}_{(1,2)}$ vektor iránya egymásra merőleges lesz. Ez alapján a véges rotáció tengelyének irányítottága és szöghelyzete meghatározható (4-5. ábra).

A véges szögelfordulás tengelye párhuzamos az \mathbf{u} egység vektorral, továbbá áthalad P ponton (5. ábra). A P pont a c egyenesen fekszik, amely merőleges az \mathbf{u} és $\Delta\mathbf{s}_{(1,2)}$ vektorok által kifeszített síkra.

Vezessük be az $\mathbf{e}_{\Delta\mathbf{s}_{(1,2)}}$ egységvektort, akkor ezen sík normálvektorának iránya meghatározható az

$$\mathbf{e}_t = \mathbf{e}_{\Delta\mathbf{s}_{(1,2)}} \times \mathbf{u} \quad (14)$$

vektor szorzással. A véges szögelfordulás tengely helyzetének meghatározásához jelöljük a véges rotáció tengely és a P pont közötti távolságot t -vel, vagyis

$$\overline{PO_{i1}} = t, \quad (15)$$

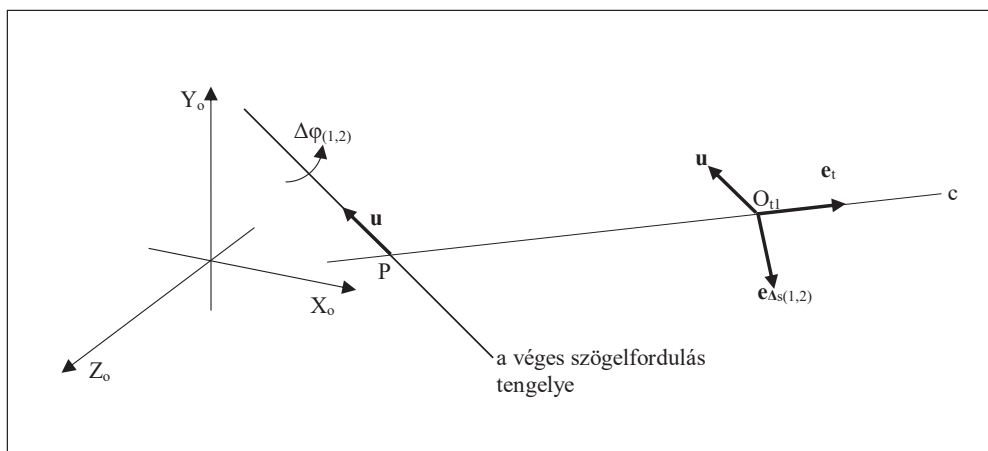
ahol a t szakasz hosszának számítási módja:

$$t = \frac{|\Delta\mathbf{s}_{(1,2)}|}{|\Delta\varphi|}. \quad (16)$$

Végül a c egyenesen fekvő P pont (P_x, P_y, P_z) koordinátái az alábbi egyenletekből adódnak:

$$\begin{aligned} (P_x - O_{ix})^2 + (P_y - O_{iy})^2 + \\ + (P_z - O_{iz})^2 = t^2 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{P_x - O_{ix}}{e_{ix}} = \frac{P_y - O_{iy}}{e_{iy}} = \frac{P_z - O_{iz}}{e_{iz}}. \quad (18)$$



5. ábra. A véges szögelfordulás tengelye helyzetének meghatározása

2.6. Konklúzió

Ebben a tanulmányban az emberi mozgást leíró véges szögelfordulás tengelyek szöghelyzetének és irányítottságának meghatározására alkalmas közelítő módszert mutattunk be. A módszer alkalmas ízületek mindenféle relatív mozgásának kinematikai vizsgálatára, továbbá független a vizsgált mozgás szögsebességétől. E módszer használata különösen célszerű olyan ízületeknél, amelyeknél az ízületek által megvalósított mozgás során a forgástengely szöghelyzete változó. Erre jellemző példa az emberi térd.

A véges szögelfordulás tengelyek szöghelyzetének meghatározása további alkalmazásokhoz nyújt eszközt: az emberi térd mellett gerinc csigolyák közötti pillanatnyi forgástengely¹⁷ vagy alternatív megoldásként a femur és a tibia felületei közötti csúszva gördülés jelenségének vizsgálata.¹⁸ Ez a módszer úgy alkalmazható emberi ízületek bármilyen mozgásvizsgálatához, hogy független a testrészekhez rögzített koordináta-rendszerek helyzetétől. A szenzorok, ezzel együtt a koordináta-rendszerek tetszőleges helyzetben rögzíthetők a testrészekhez, nincs szükség anatómiailag jellemző pontok igénybevételére.

IRODALOM

1. Angeles J, Zaĥhariev E. Computational methods in mechanical systems. In: Mechanism analysis, synthesis, and optimization. Springer; 1998. p. 3-32.
2. Cheung RT, Mok NW, Chung PY, Ng GY. Non-invasive measurement of the patellofemoral movements during knee extension-flexion. A validation study. *The Knee* 2013;20:213-7.
3. Azmy C, Guérard S, Bonnet X, Gabrielle F, Skalli W. EOS orthopaedic imaging system to study the patellofemoral kinematics. Assessment of uncertainty. *Orthopaedics & Traumatology: Surgery & Research* 2010;96:28-36.
4. Teu K. K, Kim W. Estimation of the axis of screw motion from noisy data. A new method based on Plücker lines. *Journal of Biomechanics* 2006;39:2857-62.
5. Moon YM, Kota S. Automated synthesis of mechanisms using dual-vector algebra. *Mechanisms and Machine Theory* 2002;37:143-66.
6. Wolfiring HJ, Huisker R, de Lang A, Veldpaus FE. Finite centroid and helical axis estimation from noisy landmark measurements in the study of human joint kinematics. *Journal of Biomechanics* 1985; 18:379-389.
7. Page A, Galvez JA, Baydal-Bertomeu JM, Mata V, Belda-Lois JM. Functional degrees of freedom of neck movements: Linear models may overestimate variability. *Gait & Posture* 2008; 28:56.
8. Dempster WT. Space requirements of the seated operator. Geometrical, kinematic and mechanical aspects of the body with special references to the limbs. WADC Technical Report 1955; 55-159.
9. Bru B, Pasqui, V. A new method for determining the location of the instantaneous axis of rotation during human movements. *Computer Methods in Biomechanics and Medical Engineering* 2009;12:65-7.
10. Andrónyi K., Szobonya L. A térdízületi tengelyek meghatározásának jelentősége az emberi térd vizsgálatánál. III. Magyar Biomechanikai Konferencia; 2008. Júli 4-5; Budapest, Magyarország, absztraktkötet; 2008. p. 68.
11. Northern Digital Inc. Polaris Optical Tracking System, Application Programmer's Interface Guide 1999. Available from: URL: <http://www.ndigital.com/medical/polarisfamily-tech-specs.php>
12. Katona G, Csizmadia BM, Bíró I, Andrónyi K, Krakovits G. Motion analysis of human cadaver knee-joints using anatomical coordinate system. *Biomechanica Hungarica* 2010;3(1):93-100.
13. Nikravesh PE. Spatial kinematic and dynamic analysis with Euler parameters. *Computer*

-
- Aided Analysis and Optimization of Mechanical System Dynamics. Berlin: SpringerVerlag; 1984.
14. *Gürlebeck K, Sprössig W.* Quaternionic and Clifford calculus for physicists and engineers New York: Wiley; 1998.
 15. *Morton HS, Junkins JL, Blanton JL.* Analytical solutions for Euler parameters. *Celestial Mechanics* 1974;10:287-301.
 16. *Van Ingen Schenau GJ.* From rotation to translation: Constraints on multi-joint movements and the unique action of bi-articular muscle. *Human Movement Science* 1989;8:301-37.
 17. *Schmidt H, Heuer F, Claes L, Hans-Joachim W.* The relation between the instantaneous center of rotation and facet joint forces - A finite element analysis. *Clinical Biomechanics* 2008;23:270-8.
 18. *Fekete G, Csizmadia BM, Wahab MA, De Baets P, Katona G, Vanegas-Useche LV, Solanilla JA.* Sliding-rolling ratio during deep squat with regard to different knee prostheses. *Acta Polytechnica Hungarica* 2012; 9:5-24.
-

A közlemény az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-17-4 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának támogatásával készült.

Bíró István

Szegedi Tudományegyetem, Mérnöki Kar, Műszaki Intézet

H-6724 Szeged, Mars tér 20.

Tel.: (+36) 62 546-021