

## A SZIVACOS CSONT ÁTALAKULÁSÁNAK MODELLEZÉSE SZTOCHASZTIKUSAN GENERÁLT KERETMODELL SEGÍTSÉGÉVEL

Lakatos Éva, Bojtár Imre

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék  
[lakatoseva@mail.bme.hu](mailto:lakatoseva@mail.bme.hu)

---

### **Absztrakt**

Vizsgálatunkban eljárást dolgoztunk ki a szivacsos csont terhelések hatására történő átalakulásának modellezésére egy olyan sztochasztikusan generált, mikroszerkezeti végeleemes keretmodell segítségével, melyet korábbi munkánk keretében a fogászati implantátumokat övező csontszövet modellezésére fejlesztettünk ki, és melyet egy adott tartományban véletlenszerűen felvett csomóponthalmaz elemeinek adott szabály szerinti összekötésével kaptunk. A terheléstől függő csontátrendeződésnek a keretmodellel történő követésére két eltérő átalakulási algoritmust dolgoztunk ki. Az első egy adott terheléshez tartozó ideális rúdelrendezést adó, a második egy változó terhelési folyamatot követni, a csontszerkezetet hozzá alakítani képes algoritmus. Mindkét eljárás az eredeti elrendezéshez képest megnövelt számú rúdelemet alkalmaz, melyeknek csupán egy része vesz részt a teherviselésben, ezeket „aktív” rudaknak neveztük, míg azokat, amelyek nem dolgoznak, „passzív” rudaknak. A rudak aktív és passzív voltának módosításával a keretszerkezet geometriája átalakítható, és a rúdelemek elrendezése a terhelésnek megfelelően változtatható. Az átalakulási algoritmusok alkalmazásával kapott keretszerkezetekben az aktív rudak az adott terheléshez tartozó húzási és nyomási erővonalak irányát követik, éppúgy, mint a szivacsos csont trabeculái, ami leglátványosabban a combcsont proximalis (testhez közeli) epiphysisében figyelhető meg.

**Kulcsszavak:** csontátépülés, szivacsos csont, végeleemes analízis

---

### **A finite element model of the bone remodelling process using a stochastically generated frame model of the trabecular bone**

#### **Abstract**

The present study introduces a new method for modelling the functional adaptation of the bone by means of a stochastically generated micro structural finite element frame model that we have developed within the framework of a former research into the modelling of the trabecular bone surrounding dental implants and we have obtained by interlinking a stochastically generated set of nodes in a certain domain, according to a previously defined linking-rule. For this purpose two different remodelling algorithms were created: one for determining the ideal configuration of the beams according to a certain load, and one that is capable of following an altering loading process, with transforming the bone structure according to it. Both methods use an increased number of beam elements compared to the original configuration, only a certain part of which is involved in the loading process. These are called ‘active’ beams, while those not working are the ‘passive’ ones. By changing the active elements into passive or vice versa, the geometry of the frame structure can be altered and the configuration of the beams can be varied according to the load acting on the bone. In the thus received structures the active

beams follow the tension and compression trajectories belonging to the certain load, just as the trabeculae of the cancellous bone do, which is the most spectacular in the proximal epiphysis of the femur.

**Keywords:** bone remodelling, trabecular bone, finite element analysis

## Bevezetés

A csont, mint élő szövet élettartama során folyamatos átalakuláson, megújuláson megy keresztül. Az átalakulás célja a csontszerkezetben bekövetkező sérülések javítása, valamint a szükséges szilárdság lehető leggazdagabban, legkisebb anyagfelhasználással történő biztosítása az életünk során állandóan változó terhelési viszonyok között. Szervezetünk a növekvő terhelésekre csontfelépüléssel, a csökkenő terhelésekre csontleépüléssel válaszol, ezt a jelenséget sejtszinten szabályozott visszacsatolási mechanizmusok irányítják. A csontátalakulás eredménye a szivacsos csontban megfigyelhető, a főfeszültségi trajektóriák irányát követő trabeculáris szerkezet<sup>1,2,3</sup>. Az átalakulási folyamatok modellezésére számos kutatás irányult az elmúlt évtizedekben. Carter<sup>4</sup> és Weinans<sup>5</sup> összefüggéseket javasoltak a csontsűrűség, a merevség és a feszültségek között, Cowin<sup>6</sup>, Huijskes<sup>7</sup> ortotróp, míg Jacobs<sup>8</sup>, valamint Garcia és Doblaré<sup>9</sup> anizotróp kontinuum alapú modellekkel írta le a jelenséget. A szivacsos csont átalakulásának részletes vizsgálatára napjainkban legelterjedtebb módszer a képalkotó eljárásokon (Ulrich)<sup>10</sup>, ezen belül mikro-CT-vizsgálato-  
kon (micro-computed tomography – nagyfelbontású háromdimenziós képek) alapuló (Feldkamp<sup>11</sup>, van Rietbergen<sup>12</sup>, Koontz<sup>13</sup>, Adachi<sup>14</sup>, Dunlop<sup>15</sup>) végeleemes modellezési eljárás. A mikro-CT-képek különféle eljárásokkal alakíthatók át végeleemes modellekké. A 3D rekonstrukció közvetlenül transzformálható azonos elemekből álló mikroszerkezeti végeleemes modellel, minden egyes voxel helyére egy nyolc csomópontú

téglatest elemet felvéve. Ezen eljárással nyert végeleemes modellek hátránya, hogy nagyon nagy elemszámmal rendelkeznek, ezért nagy számítási kapacitást és számítási időt igényelnek. A számítási idő jelentősen lecsökkenthető olyan modellek alkalmazásával, ahol minden egyes trabeculát (csontgerendácskát) egyetlen térbeli rúdelem reprezentál<sup>16</sup>.

Vizsgálatunkban a szivacsos csont mikroszerkezetének terhelések hatására történő átalakulását modelleztük egy sztochasztikusan generált, mikroszerkezeti végeleemes keretmodell segítségével<sup>17</sup>, melyet egy adott tartományban véletlenszerűen felvett csomópont-halmaz elemeinek adott szabály szerinti összekötésével kaptunk. Az eljárás előnye, hogy a vizsgálathoz nincs szükség a költséges és sugárterheléssel járó CT-vizsgálatokra. A csontszerkezetet reprezentáló keretszerkezet átalakulása a terhelés hatására az egyes elemekben ébredő feszültségek alapján történik. A végeleemes szimulációkhoz az ANSYS 11.0 szoftvert alkalmaztuk.

## Módszerek

### Az eredeti modell

A csontátalakulás modellezésére egy korábban általunk publikált mikroszerkezeti végeleemes keretmodellt használtunk fel<sup>17</sup>, melyben egy kocka alakú tartományban elhelyezett keretszerkezet egy ugyanilyen méretű csontkockát reprezentál. Az 5 mm×5 mm×5 mm méretű, kocka alakú tartomány belse-

jében 4000 csomópontot elhelyezve, és mindegyiket a hozzá legközelebb eső hét másik csomóponttal sarokmereven összekötve olyan geometriai elrendezést kapunk, melyben a trabeculákat reprezentáló rudak átlagos hossza  $315 \mu\text{m}$ . Az így kialakított hálózatban  $80 \mu\text{m}$  rúdátmérőt alkalmazva 70,4%-ra adódik a rendszer porozitása. A megkívánt – irodalmi adatok alapján felvett<sup>18,19,20,21</sup> – közelítőleg 70% értékű porozitást (a csont hézagterfogatának és teljes térfogatának százalékos aránya) a csomópontok és az azok közötti összeköttetések számának változtatásával lehetett elérni, az átlagos rúdhossznak és a rúdátmérőnek a fenti értékeken tartása mellett. A modellezés során az egyes trabeculákat kör keresztmetszetűnek és lineárisan rugalmasnak feltételeztük, így a rudak anyagtulajdonságai két anyagjellemzővel, a Young modulussal és a Poisson tényezővel leírhatóak. Az így kapott végeeselemes modellben minden trabeculát egyetlen rúdelem reprezentál. Az ANSYS programrendszer elemkészletéből az ún. BEAM188 elemet alkalmaztuk, ez a térbeli, nagy alakváltozásokra képes, Timoshenko rúdelméleten alapuló rúdelem, tartalmazza a nyírási deformációk hatását<sup>22</sup> is. Az így kapott modellt választottuk jelen vizsgálataink alapjául, és terjesztettük ki alkalmazhatóságát az eredeti vizsgálatokban speciálisan a fogászati implantátumokat körülvevő szivacsos csontállomány mikroszerkezetének leírásáról a csontban bekövetkező, terheléstől függő szerkezeti átrendeződések vizsgálatára.

### Az átalakulási algoritmusok

A csont belső, szivacsos szerkezetének átrendeződéséhez egy, a fent említett sztochasztikus hálózaton alapuló keretmodellt alkalmaztunk, melyben az egyes csomópontokból az eredeti elrendezéshez képest több (a lent közölt vizsgálatok esetén az eredeti kétszerese,

azaz 14 darab) rúdelem indul ki, melyek közül azonban csak az eredeti elrendezésnek megfelelő (itt csomópontonként hét darab) számú rúd vesz részt a teherviselésben. A hálózat többi elemének merevségét oly mértékben lecsökkentjük, hogy teherviselésük elhanyagolható legyen a dolgozó rúdelemekéhez képest. Az adott terhelésnek megfelelő elrendezést az egyes rudak „aktív”, vagy „passzív” állapota határozza meg. Az eredeti geometriai viszonyok megtartása érdekében alapvető elvárás, hogy minden csomópontból az eredeti modellnek megfelelő számú aktív elem induljon ki a terhelési történet minden fázisában.

A fenti alapelképzelésre építve két eltérő eljárást dolgoztunk ki az átalakulási folyamat szimulációjához: egy adott terheléshez tartozó ideális rúdelrendezést adó, valamint egy változó terhelési folyamatot követni, a csontszerkezetet hozzá alakítani képes algoritmust.

Az első, egy bizonyos terhelésnek megfelelő elrendezést adó eljárás kiindulási modellje a korábban ismertetett, megemelt elemszámú rúdháló, melyben minden elem rugalmassági modulusát az aktív és a passzív rudakhoz tartozó értékek közé választjuk, azok számtani közepét képezve. Ezen egységes merevségű rudakból álló szerkezeten alkalmazzuk az adott terhelést. A terhelés hatására az elemek végpontjain ébredő normálfeszültségek összegzéséből nyert erők függvényében módosítjuk az egyes rudak merevségét. Az így kapott, megváltozott merevségű rudakból álló szerkezeten újra ugyanazt a terhet alkalmazva a kapott feszültségeloszlás alapján a következő ciklusban a merevségek ismét megváltoztathatóak. A nagyobb húzásnak vagy nyomásnak kitett elemek merevségét növeljük, a kevesebb terhet viselőként csökkentjük a rugalmassági modulus következő összefüggés szerinti módosításával:

$$E_{i+1} = E_i * \left| \frac{F}{\bar{F}} \right|, \text{ ha } E_s < E_i < E_a$$

$$E_{i+1} = E_a, \text{ ha } E_a < E_i$$

$$E_{i+1} = E_s, \text{ ha } E_i < E_s$$

ahol  $E_{i+1}$ : az adott elem  $i$ -edik terhelési ciklus után megváltoztatott rugalmassági modulusa,

$E_i$ : az adott elem  $i$ -edik terhelési ciklusban alkalmazott rugalmassági modulusa,

$E_a$ : az aktív rudakra alkalmazott rugalmassági modulusa,

$E_s$ : a passzív rudakra alkalmazott rugalmassági modulusa,

$F$ : az  $i$ -edik terhelési ciklusban az adott elemben ébredő normálerő,

$\bar{F}$ : nyomott rúd esetén az  $i$ -edik terhelési ciklusban az összes nyomott rúdban ébredő normálerők átlaga, húzott rúd esetén a húzott rudakban ébredőké.

Így az egyes terhelési ciklusokban az átlagosnál nagyobb terhelésnek kitett elemek merevsége növekszik, míg a kevésbé terhelteké csökken, amíg a növekvő merevségű elemek rugalmassági modulusa az aktív rudakra, a csökkenő merevségűeké a passzív rudakra előirányzott értéket el nem éri. Amelyik rúd rugalmassági modulusa eléri az alsó vagy felső korlátot, azt rögzítjük. A terhelési ciklusokat mindaddig kell ismételní, míg az összes elem meg nem kapja a két végleges érték egyikét. A kapott szerkezetben az aktív rudak az adott terheléshez tartozó húzási és nyomási erővonalak irányát követik, akárcsak a szivacsos csont trabeculái.

A második, terhelési történetet követni képes átalakulási modell szintén a megemelt rúdszámú modelltől indul ki, ez esetben azonban nem egységes rugalmassági modulus értékkel, hanem az aktív és passzív rudakra jellemző kétféle merevséggel. Ha az eredeti modellt tekintjük kiindulásnak, akkor azok a rudak,

melyek az eredeti modellben is szerepeltek, aktívak (az ehhez tartozó rugalmassági modulus értékkel), amelyek ott nem léteztek, passzívak. Tekintheünk egy korábbi terhelésnek megfelelően átalakított modellt is kiindulásnak, függetlenül attól, hogy az előző bekezdésben vagy a következőkben ismertett módszerrel hoztuk létre azt. Az eljárás lényege, hogy a terhelés hatására az egyes rudakban ébredő normálerők alapján minden csomópont-hoz hozzárendelünk egy húzáshoz és egy nyomáshoz tartozó eredő irányvektort (rúderőkkel súlyozott rúdirányt), melynek komponensei nagysága a következő összefüggések szerint kapható:

$$|R_{ik}| = \frac{1}{|R_i|} * \left| \sum_{j=1}^n (r_{ijk} * F_{ijk}) \right|$$

ahol:

$$|R_i| = \sqrt{(\sum_{j=1}^n (r_{ijk} * F_{ijk}))^2 + (\sum_{j=1}^n (r_{ijy} * F_{ijy}))^2 + (\sum_{j=1}^n (r_{ijz} * F_{ijz}))^2}$$

az eredő vektor hossza,

$k$ : az  $x$ ,  $y$  és  $z$  globális koordinátaírányok bármelyike,

$R_{ik}$ : adott terhelési ciklusban az  $i$ -edik csomópont-hoz tartozó eredő irányvektor  $k$ -irányú komponense,

$F_{ijk}$ : adott terhelési ciklusban az  $i$ -edik csomópont  $j$ -edik rúdjához tartozó normálerő  $k$  irányú komponense,

$r_{ijk}$ : az  $i$ -edik csomópont  $j$ -edik rúdjához tartozó irányvektor  $k$  irányú komponense,

$n$ : húzáshoz/nyomáshoz tartozó irányvektor számítása esetén az  $i$ -edik csomópont-hoz tartozó húzott/nyomott rudak száma,

$\sum F_{ik}$ : az  $i$ -edik csomópontban a húzott/nyomott rudakban ébredő rúderők összege.

A fenti eredő egységvektor irányát (komponensei előjele) az adott terhelési ciklusban a csomópont-ra jellemző domináns térnyolcadnak (amelyikbe a legtöbb [rúderőkkel súlyozva] húzott vagy nyomott rúd esik) megfelelően vettük fel.

A csomópontonként felvett eredő irányvektor megtalálása után külön a húzott és a nyomott esetre megkeressük a csomóponthoz tartozó rudak közül azt, amelyik legközelebb áll ehhez az irányhoz (vagy ennek ellentettjéhez). Ha ez a rúd passzív, akkor aktívra cseréljük (rugalmassági modulusát megváltoztatjuk az aktív rúdhhoz tartozó értékre), a legkisebb rúderővel bíró (húzott vagy nyomott) rudat pedig passzívra. Ugyanazon teherrel addig ismétlik egymást a terhelési ciklusok, míg az egy cikluson belüli cserék száma egy küszöbértéken alul nem marad.

### Eredmények

Vizsgálatainkat a korábban ismertetett 5 mm oldalélű csontkockának megfelelő sztochasztikusan generált végeselemes keretmodellen végeztük, melyben a 4000 csomópont mind-egyikét rudak kötik össze a hozzájuk legközelebb eső, az eredeti héttel ellentétben most 14 csomóponttal. Mindkét – az előzőekben ismertetett – átalakulási algoritmust alkalmaztuk az eredeti, izotrópnak tekinthető keretmodellre, és az átrendeződés során az izotrópia megszűnését és az adott terheléshez tartozó trajektóriáknak megfelelő irányultság kialakulását váztenzorok és a rudak irány szerinti eloszlását szemléltető diagramok segítségével vizsgáltuk egyirányú nyomóterhelés és nyírás hatására.

A váztenzorok eredetileg a szemcsés anyagok mikroszerkezetének a szemcsék közötti kapcsolati normálvektorok segítségével történő leírására szolgáltak<sup>23,24,25</sup>, majd egyéb típusú porózus anyagok vizsgálatában is elterjedtté váltak. Az irodalomban számos összefüggés található a váztenzor és a mechanikai tulajdonságok kapcsolatára<sup>26,27,28</sup>. Jelen vizsgálatunkban a váztenzorokat és sajátvektorait az anizotrópia jellemzésére használjuk, és Satake eredeti definícióját<sup>23</sup> a szemcsés

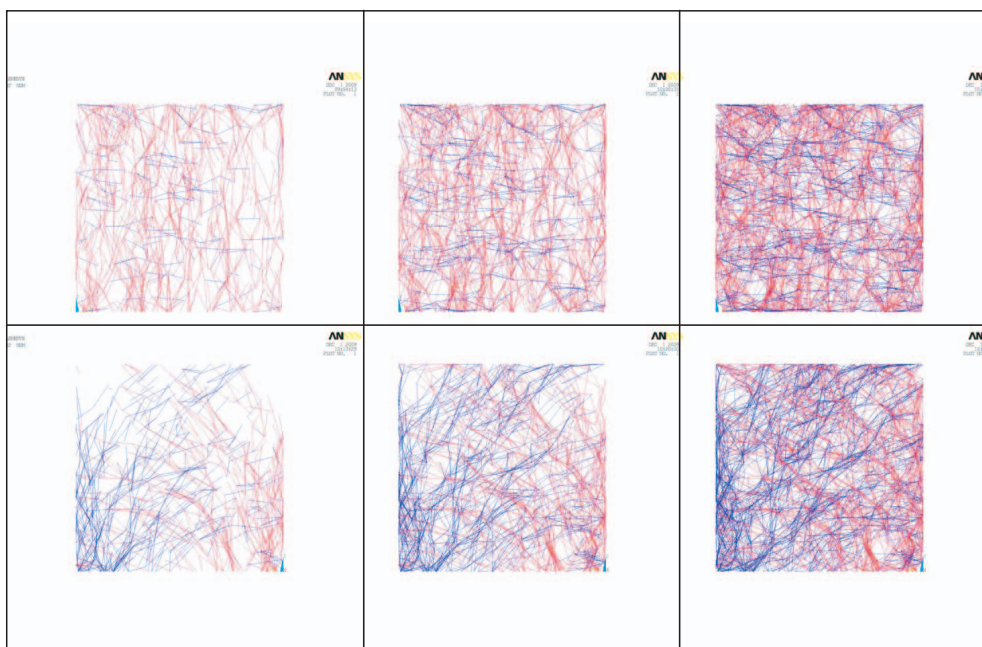
anyagok kapcsolati normálvektorai helyett az egyes csomópontokat összekötő rudak irányvektoraira alkalmazva a következő összefüggésnek megfelelően képezzük:

$$\varphi_{ij} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M n_i^k n_j^k$$

ahol  $M$ : a rudak tengelyirányában felvett egységvektorok száma,  
 $n_i^k$ : a  $k$ -adik egységvektor  $i$  irányú komponense,  
 $n_i^k n_j^k$ : a  $k$ -adik egységvektor önmagával vett diadikus szorzata,  
 $\varphi_{ij}$ : másodrendű váztenzor, az egységvektorok önmagukkal vett diadikus szorzatainak számtani közepe.

Az első típusú átalakulási modellben a függőleges egyirányú ( $z$  irányú) nyomóterhelés és az ábra síkjában ( $y$ – $z$  sík) történő nyírás hatására kialakuló trajektória irányú elrendezés fokozatos, jelen esetben hat terhelési ciklus alatt lezajló felépülését mutatja az *1. ábra*, az első, a harmadik és az utolsó, hatodik ciklusban. A nyomás hatására kialakuló elemeket piros, a húzás hatására kialakulókat kék szín jelzi.

A váztenzor sajátvektoraiból a vázszerkezetet jellemző irányokról vonhatunk le következtetéseket. Az első sajátértékhez tartozó sajátvektor iránya adja a domináns rúdirányt, míg a harmadik sajátvektor irányában találjuk a legkevesebb rudat. A  $z$  irányú nyomóterhelés esetén húzás hatására kialakuló rudak a legkisebb sajátértékhez tartozó sajátvektor iránya alapján legkevésbé a  $z$  tengely irányába rendeződtek, míg az  $x$  és  $y$  irányokban az arányuk közel megegyezően magas (*1. és 2. táblázat*). Ezzel szemben a nyomásra kialakult rudak dominánsan  $z$  irányúak, az  $x$  és  $y$  irányú sajátvektorokhoz tartozó sajátértékek pedig közel megegyezően alacsonyak. Összességében egy gyenge  $z$  irányú domi-



1. ábra. A trajektória irányú elrendezés kialakulása az első típusú átalakulási modellben a függőleges egyirányú nyomó- (fent) és nyíróterhelés (lent) hatására az első, a harmadik és az utolsó, hatodik ciklusban

	Váztenzor	Sajátértékek és sajátvektorok
Húzásra kialakult elemek	$\begin{bmatrix} 0,420 & -1,237 \times 10^{-2} & -1,844 \times 10^{-3} \\ -1,237 \times 10^{-2} & 0,442 & -6,448 \times 10^{-3} \\ -1,844 \times 10^{-3} & -6,448 \times 10^{-3} & 0,138 \end{bmatrix}$	0,448 [-0,404 0,915 -0,017] 0,415 [0,915 0,403 -0,015] 0,137 [7,461 × 10 <sup>-3</sup> 0,021 1]
Nyomásra kialakult elemek	$\begin{bmatrix} 0,221 & 4,349 \times 10^{-3} & 1,197 \times 10^{-3} \\ 4,349 \times 10^{-3} & 0,219 & -4,290 \times 10^{-4} \\ 1,197 \times 10^{-3} & -4,290 \times 10^{-4} & 0,560 \end{bmatrix}$	0,560 [3,508 × 10 <sup>-3</sup> -1,211 × 10 <sup>-3</sup> 1] 0,224 [0,786 0,618 -2,010 × 10 <sup>-3</sup> ] 0,215 [-0,618 0,786 3,120 × 10 <sup>-3</sup> ]
Teljes szerkezet	$\begin{bmatrix} 0,293 & -1,705 \times 10^{-3} & 9,564 \times 10^{-5} \\ -1,705 \times 10^{-3} & 0,300 & -2,608 \times 10^{-3} \\ -9,564 \times 10^{-5} & -2,608 \times 10^{-3} & 0,407 \end{bmatrix}$	0,407 [-1,197 × 10 <sup>-3</sup> -0,024 1] 0,300 [-0,233 0,972 0,024] 0,293 [0,972 0,233 4,489 × 10 <sup>-3</sup> ]

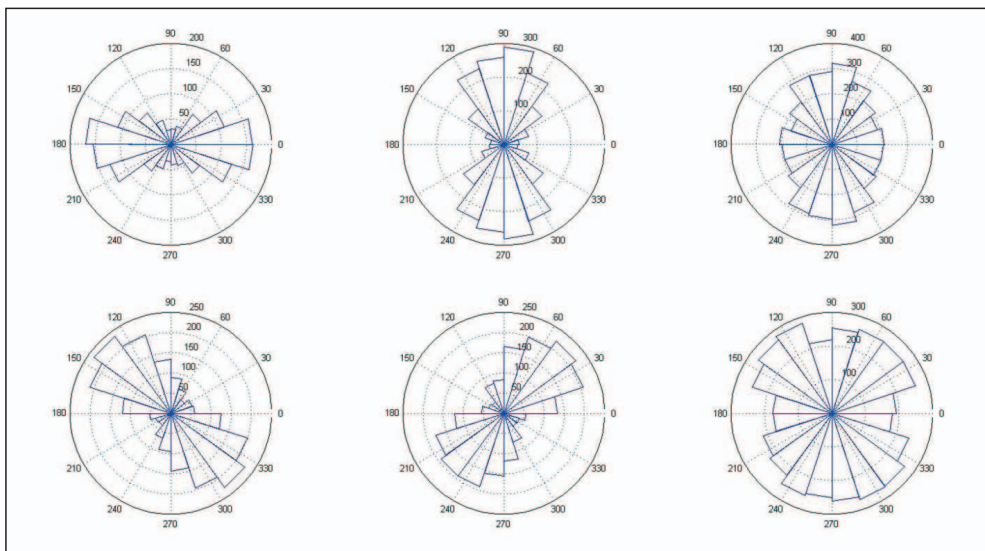
1. táblázat. Az első átalakulási modellben z irányú nyomóterhelés hatására kialakuló szerkezet váztenzorai, azok sajátértékei és sajátvektorai

	Váztenzor	Sajátértékek és sajátvektorok
Húzásra kialakult elemek	$\begin{bmatrix} 0,285 & -3,266 \times 10^{-3} & -8,775 \times 10^{-3} \\ -3,266 \times 10^{-3} & 0,340 & -0,154 \\ -8,775 \times 10^{-3} & -0,154 & 0,375 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,512 [-0,019 & -0,666 & 0,746] \\ 0,286 [-0,995 & 0,087 & 0,052] \\ 0,202 [0,099 & 0,741 & 0,664] \end{bmatrix}$
Nyomásra kialakult elemek	$\begin{bmatrix} 0,283 & 8,228 \times 10^{-3} & 1,885 \times 10^{-3} \\ 8,228 \times 10^{-3} & 0,326 & 0,145 \\ 1,885 \times 10^{-3} & 0,145 & 0,391 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,508 [0,029 & 0,626 & 0,779] \\ 0,283 [-0,997 & -0,038 & 0,068] \\ 0,209 [0,072 & -0,779 & 0,623] \end{bmatrix}$
Teljes szerkezet	$\begin{bmatrix} 0,284 & 2,468 \times 10^{-3} & -3,457 \times 10^{-3} \\ 2,468 \times 10^{-3} & 0,333 & -4,574 \times 10^{-3} \\ -3,457 \times 10^{-3} & -4,574 \times 10^{-3} & 0,383 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,384 [-0,037 & -0,092 & 0,995] \\ 0,333 [0,043 & 0,995 & 0,094] \\ 0,248 [0,998 & -0,047 & 0,033] \end{bmatrix}$

2. táblázat. Az első átalakulási modellben nyíróterhelés hatására kialakuló szerkezet váztenzorai, azok sajátértékei és sajátvektorai

nancia figyelhető meg. Az  $y$ - $z$  síkban ható nyíróterhelés esetén húzásra dominánsan a  $-y$  és a  $+z$  tengelyek közötti, nyomásra a  $+y$  és  $+z$  tengelyek közötti közel 45 fokos irányban jöttek létre rudak, míg ezekre merőlegesen, valamint az  $x$  tengely irányában egyaránt kevés elem keletkezett. Az így kiala-

kult teljes szerkezetben közel azonos a  $z$  és  $y$  irányok dominanciája, míg az  $x$  irányú sajátvektorhoz tartozó sajátérték a legkisebb. A sajátvektorokból kiolvasható összefüggések szemléletesen ábrázolhatók irány szerinti eloszlási diagramokban, melyeknek az  $y$ - $z$  síkkal való metszetei láthatók a 2. ábrán.



2. ábra. Az első típusú átalakulási modellben a függőleges egyirányú nyomó- (fent) és nyíróterhelés (lent) hatására kialakult szerkezetekben a rudak irány szerinti eloszlása (balról jobbra) a húzásra, nyomásra kialakult rudakra nézve, valamint a teljes szerkezetre

A második típusú átalakulási algoritmus esetén az átalakulás lassabb, mivel ez esetben terhelési ciklusonként és csomópontonként a húzott és nyomott rudak közül is csupán maximum egyet cserélünk passzívból aktív állapotba, illetve fordítva. Az előzőhöz hasonlóan az egyirányú nyomás és a nyírás hatását vizsgáltuk, mindkét terhelési esetben addig ismételve a terhelési ciklusokat, míg az egy ciklusban kicserélt rudak száma az aktív

rúdszám 5%-a alá nem csökkent. A terhek hatására a vázzenzorok és sajátvektorai (3. és 4. táblázat) által kijelölt elsődleges, másodlagos és harmadlagos irányok alapján megállapítható, hogy az előző módszerhez nagyon hasonló irányultság alakul ki a szerkezetben, a rudak irány szerinti eloszlási diagramjainak  $y-z$  síkkal való metszetei (3. ábra) a kötöttebb átalakulási algoritmus miatt azonban enyhébb anizotrópiát mutatnak.

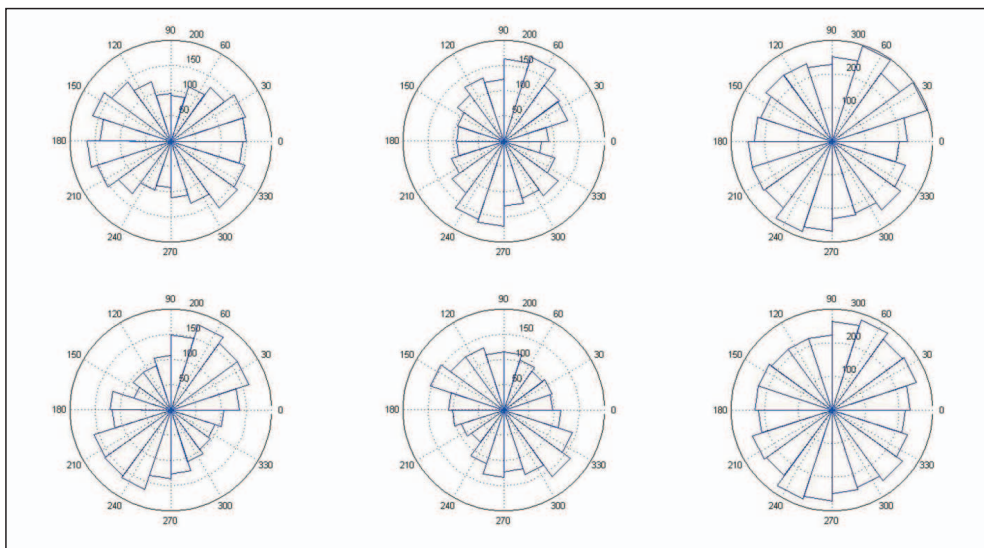
	Vázzenzor	Sajátértékek és sajátvektorok
Húzásra kialakult elemek	$\begin{bmatrix} 0,366 & 1,385 \times 10^{-3} & -5,394 \times 10^{-3} \\ 1,385 \times 10^{-3} & 0,362 & 1,189 \times 10^{-3} \\ -5,394 \times 10^{-3} & 1,189 \times 10^{-3} & 0,271 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,367 [0,957 & 0,286 & -0,051] \\ 0,362 [-0,285 & 0,958 & 0,03] \\ 0,271 [0,057 & -0,014 & 0,998] \end{bmatrix}$
Nyomásra kialakult elemek	$\begin{bmatrix} 0,306 & -1,412 \times 10^{-4} & -2,924 \times 10^{-2} \\ -1,412 \times 10^{-4} & 0,291 & 1,931 \times 10^{-2} \\ -2,924 \times 10^{-2} & 1,931 \times 10^{-2} & 0,402 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,413 [-0,261 & 0,151 & 0,953] \\ 0,300 [0,904 & 0,385 & 0,186] \\ 0,286 [-0,339 & 0,91 & -0,237] \end{bmatrix}$
Teljes szerkezet	$\begin{bmatrix} 0,336 & 6,107 \times 10^{-4} & -1,749 \times 10^{-2} \\ 6,107 \times 10^{-4} & 0,326 & 1,038 \times 10^{-2} \\ -1,749 \times 10^{-2} & 1,038 \times 10^{-2} & 0,338 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,356 [-0,63 & 0,244 & 0,737] \\ 0,330 [0,571 & 0,789 & 0,226] \\ 0,314 [0,527 & -0,563 & 0,636] \end{bmatrix}$

3. táblázat. A második átalakulási modellben  $z$  irányú nyomóterhelés hatására kialakuló szerkezet vázzenzorai, azok sajátértékei és sajátvektorai

	Vázzenzor	Sajátértékek és sajátvektorok
Húzásra kialakult elemek	$\begin{bmatrix} 0,331 & 5,522 \times 10^{-3} & -1,680 \times 10^{-2} \\ 5,522 \times 10^{-3} & 0,327 & 6,898 \times 10^{-2} \\ -1,680 \times 10^{-2} & 6,898 \times 10^{-2} & 0,342 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,405 [-0,121 & 0,655 & 0,746] \\ 0,333 [0,968 & 0,243 & -0,056] \\ 0,262 [0,218 & -0,716 & 0,664] \end{bmatrix}$
Nyomásra kialakult elemek	$\begin{bmatrix} 0,346 & -1,093 \times 10^{-3} & -1,473 \times 10^{-2} \\ -1,093 \times 10^{-3} & 0,323 & -3,259 \times 10^{-2} \\ -1,473 \times 10^{-2} & -3,259 \times 10^{-2} & 0,331 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,366 [-0,489 & -0,523 & 0,698] \\ 0,342 [0,849 & -0,468 & 0,244] \\ 0,292 [0,199 & 0,712 & 0,673] \end{bmatrix}$
Teljes szerkezet	$\begin{bmatrix} 0,338 & 2,615 \times 10^{-3} & -1,589 \times 10^{-2} \\ 2,615 \times 10^{-3} & 0,326 & 2,435 \times 10^{-2} \\ -1,589 \times 10^{-2} & 2,435 \times 10^{-2} & 0,337 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,362 [-0,446 & 0,478 & 0,757] \\ 0,336 [0,83 & 0,538 & 0,149] \\ 0,302 [0,336 & -0,695 & 0,636] \end{bmatrix}$

4. táblázat. A második átalakulási modellben nyíróterhelés hatására kialakuló szerkezet vázzenzorai, azok sajátértékei és sajátvektorai





3. ábra. A második típusú átalakulási modellben a függőleges egyirányú nyomó- (fent) és nyíróterhelés (lent) hatására kialakult szerkezetekben a rudak irány szerinti eloszlása (balról jobbra) a húzásra, nyomásra kialakult rudakra nézve, valamint a teljes szerkezetre

### Értékelés

A szivacsos csont alkalmazkodása a különféle terhelésekhez és a csontátalakulás vége-selemes modellekkel történő szimulációja napjainkban intenzíven kutatott terület a csontmechanikában. A legtöbb közölt vizsgálat mikroszerkezeti CT-felvételeken alapul. Vizsgálatunk célja egy olyan vége-selemes keretmodell elkészítése volt, mely CT-felvételek nélkül alkalmas a szivacsos csontban végbe-menő átalakulási folyamatok szimulációjára. Kiindulásként a szivacsos csontnak egy korábbi munkánkban közölt, sztochasztikusan generált, mikroszerkezeti vége-selemes keretmodelljét használtuk, melyet egy adott tartományban véletlenszerűen felvett csomópont halmaz elemeinek adott szabály szerinti összekötésével kaptunk. A terheléstől függő csontátren-deződésnek a keretmodellel történő követésére két különböző átalakulási algoritmust fejlesztettünk ki. Mindkettő az eredeti elren-dezéshez képest megnövelt számú rúdelemet alkalmaz, melyek közül csupán az eredetinek

megfelelőek vesznek részt a teherviselésben. Az első bármely terhelési állapothoz lépésről lépésre építi fel a húzási és nyomási trajektóriák irányához igazodó csontszerkezetet, míg a második képes a megváltozott terhelési viszonyok között követni a főirányok változását a keretszerkezet rúdelemeinek átrendezésével. Az utóbbi kiindulási modelljét képezheti a korábbi munkáinkban közölt eredeti keretmodell, vagy pedig a két itt ismertetett algorit-mussal nyert elrendezés bármelyike is. Az első előnye, hogy a másikkal képest kevésbé kötött átalakulási szabályok miatt annál erőteljesebben irányított a végeredményként kapott el-rendezés. A második előnye, hogy nem csupán egy adott terheléshez képes a csonthálót igazítani, hanem egymás utáni terhelési állapotok követésére képes, szemben az elsővel, ahol megváltozott terhelés esetén a csontátalaku-lást a kezdeti állapotból kell újra elindítani. A végeredményként kapott keretszerkezetek anizotrópiájának jellemzésére azok váztenzo-rait és az elemek irány szerinti eloszlását ábrá-zoló diagramokat használtuk.

## IRODALOM

1. *Szentágothai J.* Funkcionális Anatómia. Budapest: Medicina Könyvkiadó; 1977.
2. *Cowin SC.* Bone Mechanics Handbook. 2nd ed. USA: CRC Press; 2001.
3. *Wolff J.* The law of bone remodelling. Das Gesetz der Transformation der Knochen. Kirschwald. Berlin: Springer; 1986.
4. *Carter DR, Fyhrie DP, Whalen RT.* Trabecular bone density and loading history: Regulation of connective tissue biology by mechanical energy. J Biomech 1987;20:785–94.
5. *Weinans H, Huijskes R, Grootenboer HJ.* The behavior of adaptive bone-remodeling simulation models. J Biomech 1992 Dec;25(12):1425–41.
6. *Cowin SC.* Bone stress adaptation models. ASME J Biomech Eng 1993;115:528–33.
7. *Huijskes R, Hollister SJ.* From Structure to process, from organ to cell: Recent developments of FE-Analysis in orthopaedic biomechanics. ASME J Biomech Eng 1993;115:520–7.
8. *Jacobs CR, Simo JC, Beaupre GS, Carter DR.* Adaptive bone remodeling incorporating simultaneous density and anisotropy considerations. J Biomech 1997 June;30(6):603–13.
9. *Garcia JM, Doblaré M, Cegonino J.* Bone remodelling simulation: a tool for implant design. Comp Mater Sci 2002;25:100–14.
10. *Ulrich D, van Rietbergen B, Weinans H, Rüegsegger P.* Finite element analysis of trabecular bone structure: a comparison of image-based meshing techniques. J Biomech 1998;31:1187–92.
11. *Feldkamp LA, Goldstein SA, Parfitt AM, Jesion G, Kleerekoper M.* The direct examination of three-dimensional bone architecture in vitro by computed tomography. J Bone Miner Res 1989 Feb;4(1):3–11.
12. *van Rietbergen B, Weinans H, Huijskes R, Odgaard A.* A new method to determine trabecular bone elastic properties and loading using micromechanical finite-element models. J Biomech 1995 Jan;28(1):69–81.
13. *Koontz JT, Charras GT, Guldberg RE.* A microstructural finite element simulation of mechanically induced bone formation. J Biomech Eng 2001 Dec;123:607–12.
14. *Adachi T, Tsubota K, Tomita Y, Hollister SJ.* Trabecular surface remodelling simulation for cancellous bone using microstructural voxel finite element models. J Biomech Eng 2001 Oct;123:403–9.
15. *Dunlop JWC, Hartmann MA, Bréchet YJ, Fratzl P, Weinkamer R.* New suggestions for the mechanical control of bone remodelling. Calcif Tissue Int 2009;85:45–54.
16. *van Lenthe GH, Stauber M, Müller R.* Specimen-specific beam models for fast and accurate prediction of human trabecular bone mechanical properties. Bone 2006;39:1182–9.
17. *Lakatos É, Bojtár I.* Stochastically generated finite element beam model for dental research. Periodica Polytechnica Ser Civ Eng 2009;53(1):3–8.
18. *Gibson LJ, Ashby MF.* Cellular solids. Structure and properties 2nd ed. Cambridge: University Press; 1997.
19. *Renders GAP, Mulder L, van Ruijven LJ, van Eijden TMGJ.* Porosity of human mandibular condylar bone. J Anat 2007;210(3):239–48.
20. *Hogskinson R, Njehz CF, Whitehead MA, Langton CM.* The non-linear relationship between BUA and porosity in cancellous bone. Phys Med Biol 1996;40:2411–20.
21. *Moon HS, Won YY, Kim KD, Ruprecht A, Kim HJ, Kooç HK et al.* The three-dimensional

- microstructure of the trabecular bone in the mandible. *Surg Radiol Anat* 2004;26:466–73.
22. ANSYS 11.0 User's Manual
23. *Satake M.* Fabric tensor in granular materials. IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials; 1982 Aug 31–Sept 3; Delft.
24. *Oda M.* Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material, *Soils and Foundations* 1972 Mar;12(1):17–36.
25. *Rothenburg L, Barthurst RJ, Dusseault MB.* Micromechanical ideas in constitutive modeling of granular materials. In: Biarez, Gouvres, editors. *Powders and Grains*. Rotterdam: Balkema; 1989.
26. *Zysset RK, Curnier A.* An alternative model for anisotropic elasticity based on fabric tensors. *Mech Mater* 1995;21:243–50.
27. *Cowin SC.* Anisotropic poroelasticity: fabric tensor formulation. *Mech Mater* 2004;36:665–77.
28. *Odgaard A, Kabel J, van Rietbergen B, Dalstra M, Huiskes R.* Fabric and elastic principal directions of cancellous bone are closely related. *J Biomech* 1997;30:487–95.

**Lakatos Éva**

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék  
H-1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3–9.  
Tel.: (+36) 1 463-1335

## ALFÖLDI NYOMDA ZRT.



**4027 Debrecen, Böszörményi út 6.**

Tel.: (52) 515-715 • 415-579

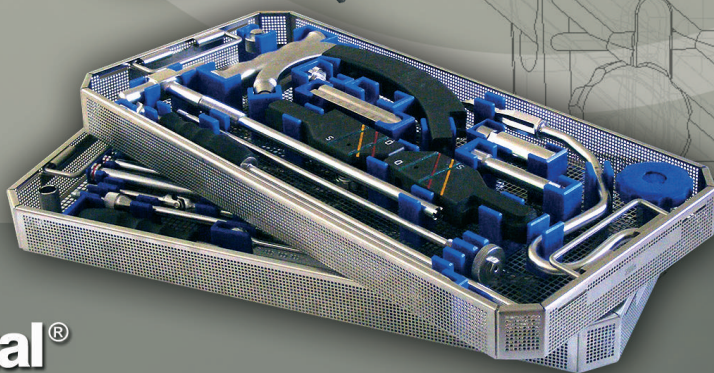
Fax: (52) 325-227 • 430-987

E-mail: [info@anyrt.hu](mailto:info@anyrt.hu)

[www.alfoldi-nyomda.hu](http://www.alfoldi-nyomda.hu)

*Teljes körű nyomdaipari szolgáltatás – felsőfokon*

gondolat és valóság



**medimetal®**  
Gyógyászati Termékeket Gyártó és Forgalmazó Kft.

3304 Eger, Berva-völgy  
Telefon: +36 36 415 577  
Telefax: +36 36 415 577/13

e-mail: [info@medimetal.hu](mailto:info@medimetal.hu)  
[www.medimetal.com](http://www.medimetal.com)