

## “DOUBLE-NETWORK” HIDROGÉLEK MECHANIKAI ANYAGMODELLEZÉSE

Kossa Attila

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar,  
Műszaki Mechanikai Tanszék

[kossa@mm.bme.hu](mailto:kossa@mm.bme.hu)

DOI: 10.17489/2021/2/04

### Absztrakt

A legfrissebb kutatások azt igazolják, hogy az emberi testben található porcok pótlására a speciális szerkezetű hidrogélek megoldást szolgáltathatnak. Ezen hidrogélek közül a „Double-Network” (DN) hidrogél különösen fontosnak számít a kiváló mechanikai tulajdonságainak köszönhetően. Annak érdekében, hogy ezen hidrogélekből készült mesterséges porcokat minél pontosabban tervezhessük és alkalmazhassuk mesterséges porcként fontos részletesen ismernünk az alapanyag mechanikai viselkedését. A DN hidrogélek két különböző polimer hálózatból tevődnek össze. Az egyik hálózatban a terhelés során anyagi tönkremenetel jelentkezik, ami az anyag teherviselő képességét gyengíti. Ezt a jelenséget a Mullins-féle jelenségként ismeri a szakirodalom. Jelen tanulmány anyagmodellt javasol egy kiválasztott DN hidrogél esetén a mechanikai viselkedés leírására. A javasolt anyagmodell két hiperelasztikus ág párhuzamos jellegű kapcsolásából épül fel, ahol az egyik ág az anyagi tönkremenetelt is modellezi. Az anyagparaméterek meghatározása optimalizálási feladat megoldásával történik. Az anyagmodell illesztése során három különböző terhelési esetenél mért feszültségértékek kerülnek felhasználásra. A kapott eredmények igazolják, hogy az illesztett modell pontosan leírja a méréseknél kapott feszültségértékeket. Jelen modell alapját képezheti későbbi összetettebb anyagmodelleknek is a DN hidrogélek esetén.

**Kulcsszavak:** hidrogél, anyagmodell, hiperelasztikus, Mullins-féle jelenség, mesterséges porc

### MECHANICAL MATERIAL MODELING OF “DOUBLE-NETWORK” HYDROGELS

#### Abstract

The most recent researches revealed that hydrogels might be used as artificial cartilage to replace the damaged ones in the human body. The Double-Network (DN) hydrogels are considered to be very promising materials due to their remarkable mechanical properties. The proper design of the artificial cartilage made of DN hydrogels requires a complete understanding of the mechanical behavior of the hydrogel material. DN hydrogels consist of two polymer networks. One of the networks is experiencing material damage during the mechanical loading. Therefore, its stiffness can reduce significantly. This phenomenon is called as Mullins effect in the literature. The present paper proposes a constitutive model for a particular DN hydrogel. The proposed material model consists of two parallel hyperelastic networks. One of the hyperelastic models is coupled with a material damage modeling. The material parameters included in the model are obtained by performing a global optimization task. Three

different experimental test data are used for the parameter-fitting procedure. The results revealed that the proposed model provides excellent accuracy. The constitutive model used in the report can be extended to construct a more complicated material model for DN hydrogels.

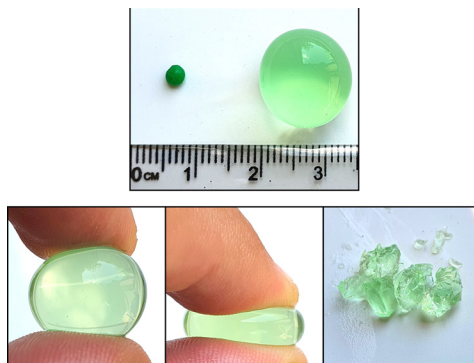
**Keywords:** hydrogel, material model, hyperelastic, Mullins-effect, artificial cartilage

## Bevezetés

Magas víztartalmának és szénalapú szerkezetének köszönhetően a hidrogélek a biológiai szövetek és anyagok egy szintetikus közelítésének tekinthetők. Számos alkalmazási területet látni, melyek közül fontos kiemelni például a gyógyszerek bevitelére alkalmazott megoldásokat vagy a kontaktlencsét, de újabban egy ígéretes iránynak tűnik a hidrogélek alkalmazása mesterséges porcok<sup>1,2</sup> esetén is. Az első generációs hidrogélek mechanikai tulajdonságai kedvezőtlenek voltak és ennek köszönhetően az alkalmazások során nem jöhettek szóba olyan megoldások, ahol a hidrogél anyagnak a mechanikai teherviselés lett volna az elsődleges szerepe amellet, hogy valamilyen módon kihasználják a magas víztartalmát is. Emiatt a hidrogéleket kezdetben nagyon kis szilárdságú anyagoként ismerték a kutatók. Jó példa ennek illusztrálására a vízgyöngy gélgolyók (water beads, hydrogel beads), melyeket főként dekorációs célokra használnak vagy vázába vágott virághoz, tehát nem teherviselő funkciót látnak el. Ezen gélgolyók az ujjunkkal összenyomva széttöredeznek, nem képesek jelentősebb mechanikai igénybevétel elviselésére. (1. ábra)

A szintetikusan előállított hidrogélek általában véve törékenyek, ellentétben a természetben előforduló hidrogélekkel, melyek szívós viselkedést mutatnak, vagyis a szakadással és repedésterjedéssel szemben ellenállóbbak. Számos kutatási program célja, hogy ezen szintetikus hidrogéleket szívósabbá tegyék annak érdekében, hogy szélesebb körben fel-

használhatóak legyenek. Az újfajta hidrogélek összetettebb szerkezettel rendelkeznek, melynek köszönhetően kedvezőbb mechanikai tulajdonságokat lehet elérni. Ennek köszönhetően egyes hidrogélek esetén előtérbe kerültek a mechanikai teherviselést megkövetelő alkalmazások is. Mindez azt eredményezte, hogy a kutatók a mechanikai viselkedés részletes leírását és modellezését is célul tűzték ki. A legfrissebb kutatásokról részletes áttekintő képet kaphatunk az IUTAM (Nemzetközi Elméleti és Alkalmazott Mechanikai Szövetség) szervezet által tartott virtuális szimpóziumon előadott több mint 40 előadásból, melyek online megtekinthetők<sup>3</sup> utólag is.

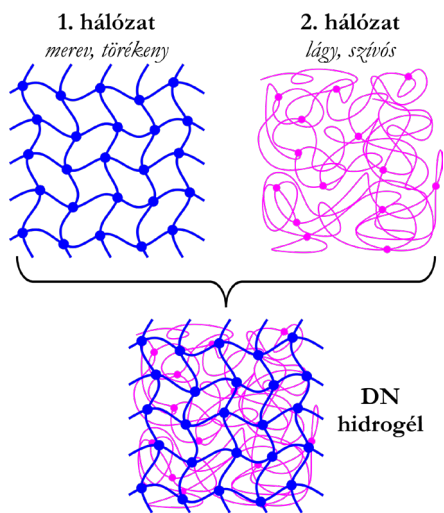


1. ábra. Felső ábra: vízgyöngy gélgolyó vízfelszívó képességének illusztrálása.

A bal oldali gyöngy vízbe helyezést követően pár óra elteltével sokszorosára felduzzad.

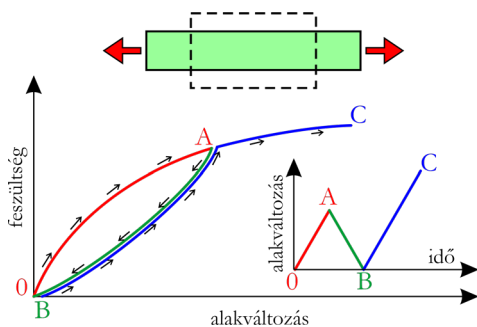
Alsó ábra: a gélgolyó összenyomásának illusztrálása. Ujjunkkal könnyedén szét tudjuk morzsolni.

A szívós anyagi viselkedést mutató hidrogéleknek több csoportja is létezik, melyek közül a „Double-Network Hydrogel” a kedvező mechanikai tulajdonságainak köszönhetően előtérbe került az utóbbi években.<sup>1,4</sup> Fontos alkalmazási területnek ígérkezik a mesterséges porc és ínszalag, ahol a mechanikai teherviselő képesség kulcsfontosságú tulajdonság. Yang és társainak 2020-as folyóirat-cikke<sup>2</sup> olyan DN hidrogélt mutat be, melynek a szilárdsága mind nyomás és húzás esetén azonos a porcokéval. A DN hidrogélek olyan innovatív anyagok, melyek a magas víztartalom (> 90%) mellett kedvező mechanikai tulajdonságokkal is rendelkeznek különös tekintettel a szívósságra vonatkozólag. Fontos jellemzője, hogy az anyagot két különböző polimer hálózat megfelelő kombinálása alkotja, melyek közül az egyik hálózat a másikhoz képest lényegesen merevebb és szilárdabb.<sup>5</sup> Megfelelő szintézis alkalmazásával elérhető akár 1 MPa értékű rugalmassági modulusz és 10 MPa nagyságú szakítószilárdság is amellet, hogy az anyagot akár húszszorosára is meg tudjuk nyújtani szakadás nélkül.<sup>6</sup> Ezen tulajdonságok mind összehetők a biológiai szövetek mechanikai tulajdonságaival.



2. ábra. A DN hidrogél felépítésének illusztrálása.

A DN hidrogéleket 2003-ban fedezték fel.<sup>7,8</sup> Az anyag két polimer hálózatból épül fel, ahol az első hálózat törékeny és merevebb, míg a második hálózat ehhez képest lágyabb és szívósabb. (2. ábra) A deformáció során az 1-es hálózat töredezik, de a 2-es hálózat igyekszik azt egyben tartani.



3. ábra. A Mullins-féle jelenség szemléltetése egytengelyű nyújtás esetén.

Az anyagi tönkremenetel következtében a DN hidrogélek terhelése és tehermentesítése során hiszterézis jelenséget tapasztalunk a feszültség-alakváltozás görbén, de a különböző terhelési sebességgel végzett kísérletek bebizonyították, hogy ez a hiszterézis nem az anyag viskoelasztikus mivolta miatt jelentkezik, hanem az anyagi tönkremenetel okozza ezt a jelenséget. Az anyagszerkezeten belüli roncsolódás okozza az anyag teherviselő képességének romlását.

Ezt a jelenséget a szakirodalomban a Mullins-féle jelenségnek nevezzük, amit a 3. ábra szemléltet egy próbatest egytengelyű terhelése során.

Jelen tanulmány célja egy kiválasztott DN hidrogélhez anyagmodellt javasolni, ami képes leírni a különböző terhelési esetek során is a Mullins-féle jelenséget és kellő pontossággal adja meg az anyag rugalmas viselkedését.

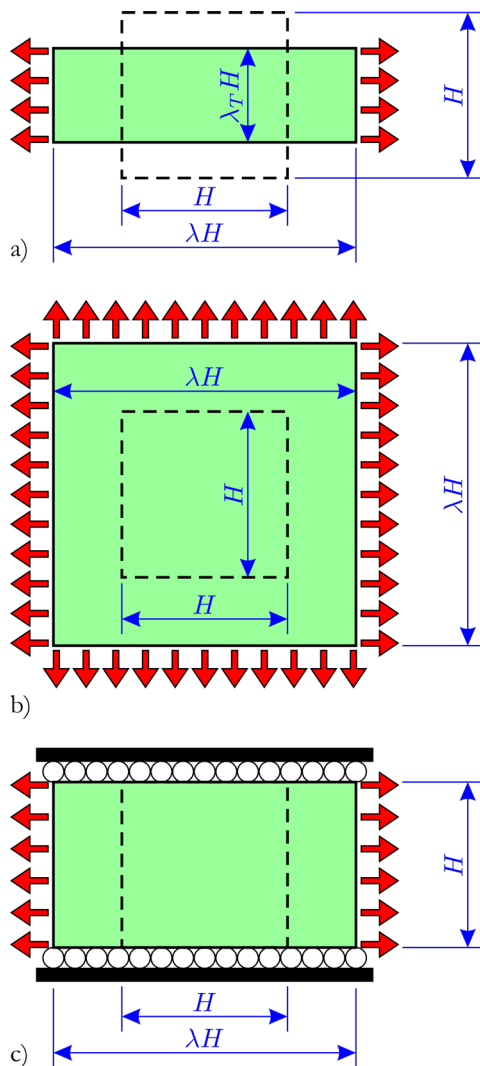
## Mérési eredmények

A szakirodalomban számos folyóiratcikket találni, ahol mérési eredményeket közölnek a szerzők DN hidrogélek mechanikai anyagvizsgálatai esetén. Jelen tanulmány Mai és társszerzői által 2018-ban publikált kísérleti eredményeket<sup>9</sup> használja fel az anyagmodell illesztéshez, ugyanis a közölt mérési adatok több terhelési módra is adottak ugyanazon alapanyagnál és ez különösen fontos az anyagmodell-illesztés során. Fontos kiemelni azt is, hogy a szerzők mindegyik terhelési módnál ciklikus terhelési programot alkalmaztak, melynek köszönhetően a Mullins-féle jelenség jól megfigyelhető. Az említett cikkben közölt adatokat mások<sup>10-13</sup> is referenciaként használják az új összetett anyagmodell.

A későbbi anyagmodell illesztés három különböző terhelési eseténél mért erő-elmozdulás értékeket használja fel. Ezek az alábbiak: a) egytengelyű nyújtás (ET) (uniaxial extension); b) kéttengelyű nyújtás (KT) (equibiaxial extension); c) gátolt egytengelyű nyújtás (GE) (planar extension). Az említett terhelési eseteket 4. ábra mutatja be. Az egytengelyű nyújtás esetén a próbatestet az egyik irányban megnyújtjuk és mérjük a nyújtás irányában a deformációt (alakváltozást) és a terhelő erőt.

A kéttengelyű nyújtás esetén az alapanyagot két egymásra merőleges irányban terheljük azonos mértékben. A gátolt egytengelyű nyújtás hasonlít az egytengelyű nyújtáshoz annyi különbséggel, hogy gátoljuk a próbatest keresztirányú méretváltozását az egyik irányban, ezáltal nagyobb erőre van szükségünk a deformáció előidézéséhez. Ezen mérési elrendezések rendszerint elegendőek a választott hiperelasztikus modell illesztéséhez.

A deformáció mérésére a fajlagos ívhossz (stretch) dimenziótlan mérőszámot (amit  $\lambda$ -val jelölünk) használjuk, ami az alapanyag



4. ábra. A vizsgált terhelési esetek illusztrálása. a) egytengelyű nyújtás (ET); b) kéttengelyű nyújtás (KT); c) gátolt egytengelyű nyújtás (GE).

megnyúlt és kezdeti hosszának a hányadosa, ahogyan azt a 4. ábra is szemlélteti. Ebből a mérőszámból könnyedén képezhetjük a mérnöki alakváltozást ( $\epsilon$ ) (engineering strain) és a valós alakváltozást ( $\varepsilon$ ) (true strain) is az alábbiak szerint:

$$e = \lambda - 1, \quad \varepsilon = \ln \lambda = \ln(e + 1). \quad (1)$$

Jelölje 1 és 2 az ábrán a vízszintes és függőleges irányokat, míg 3 a síkra merőleges irányt. Ez esetben a főnyúlásokat ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ) (principal stretches) az 1. táblázat foglalja össze.

A táblázat tartalmazza a főnyúlások négyzetösszegét is, amit az anyagmodell illesztésénél használunk fel a hiperelasztikus anyagmodell megadásánál.

A terhelés hatására az anyagban ébredő mechanikai feszültség mérésére használhatjuk a mérnöki feszültséget (P) (engineering stress, nominal stress), ami a terhelő erő (F) és a próbatest kezdeti keresztmetszetének ( $A_0$ ) hányadosa:  $P = F / A_0$ . Emellett a valós feszültség ( $\sigma$ ) (true stress) alkalmazása is lehetséges, aminek számításánál figyelembe vesszük a keresztmetszet méretváltozását a deformáció során, és az erőt a pillanatnyi keresztmetszet (A) méretével osztjuk el:  $\sigma = F / A$ . Amennyiben a deformáció során élünk a térfogatállandóság (incompressible) közelítéssel, akkor a feszültségre bevezetett két mennyiség között a  $\sigma = \lambda P$  formula teremt kapcsolatot a 4. ábrán mutatott terhelési esetek során. Mivel a DN hidrogéleket polimer hálózatok alkotják így a térfogatállandóság feltételezése elfogadható közelítés az anyagmodellezés során.

A folytonos (nem ciklikus) mérési adatsorok nem adnak kellő információt arról, hogy a deformáció során milyen mértékű az anyag

degradálódása és ennek következtében miképpen változik meg az anyagi viselkedés. Ennek kimutatására a ciklikus terhelési programokat használhatjuk fel, melyek alkalmazásakor a próbatestet megnyújtjuk adott alakváltozásig, majd tehermentesítjük, majd ez követően nagyobb alakváltozásig nyújtjuk meg és tehermentesítjük és folytatjuk ezen ciklusokat a kívánt alakváltozás értékig vagy a próbatest szakadásáig. A vizsgált terhelési esetek során kapott mérési eredményeket az 5-7. ábrák mutatják a mérnöki alakváltozás és mérnöki feszültség alkalmazásával.

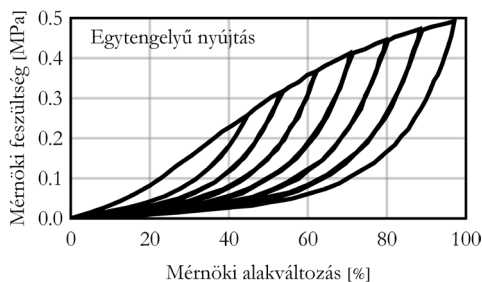
A kapott értékek könnyebb összehasonlítása érdekében a 8. ábra mutatja mindhárom terhelési eset során kapott eredményeket a valós alakváltozás és valós feszültség alkalmazásával.

#### Anyagmodell választása és illesztése

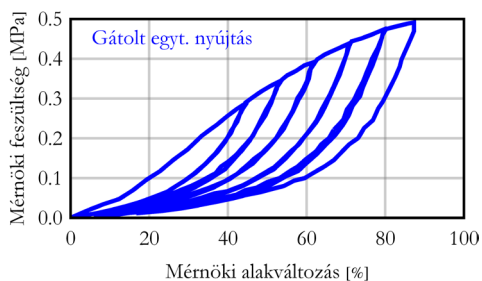
A vizsgált DN hidrogél anyagmodellezése során két fő mechanikai jelenség leírására törekszünk: i) nagymértékű rugalmas alakváltozás; ii) anyag tönkremenetele, Mullins-féle jelenség. A nagymértékű rugalmas deformációk matematikai leírására a hiperelasztikus (hyperelastic) anyagmodelleket használjuk.<sup>14,15</sup> Számos hiperelasztikus anyagmodellt javasoltak az évek során a kutatók.<sup>16,17</sup> Azt, hogy adott alpanyaghoz melyik modellt célszerű alkalmazni azt az anyagmodelleknek a mérésekhez történő illesztésével tudjuk eldönteni. Ami biztosan kijelenthető, hogy nincs

	Egytengelyű nyújtás	Kéttengelyű nyújtás	Gátolt egytengelyű nyújtás
$\lambda_1$	$\lambda$	$\lambda$	$\lambda$
$\lambda_2$	$\lambda^{-1/2}$	$\lambda$	1
$\lambda_3$	$\lambda^{-1/2}$	$\lambda^{-2}$	$\lambda^{-1}$
$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$	$\lambda^2 + 2\lambda^{-1}$	$2\lambda^2 + \lambda^{-4}$	$\lambda^2 + \lambda^{-2} + 1$

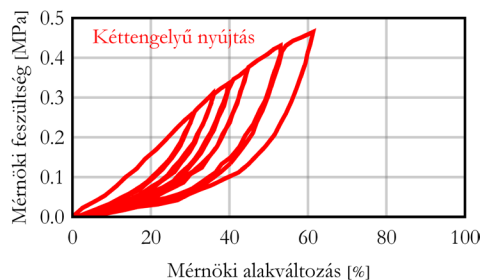
1. táblázat. Az egyes terhelési eseteknél a főnyúlások kifejezése



5. ábra. Ciklikus terhelési program esetén kapott mérnöki alakváltozás és mérnöki feszültség adatok egytengelyű nyújtás esetén



6. ábra. Ciklikus terhelési program esetén kapott mérnöki alakváltozás és mérnöki feszültség adatok gátolt egytengelyű nyújtás esetén.



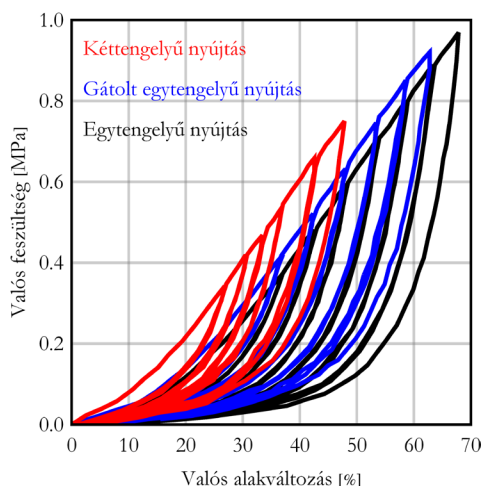
7. ábra. Ciklikus terhelési program esetén kapott mérnöki alakváltozás és mérnöki feszültség adatok kéttengelyű nyújtás esetén.

olyan hiperelasztikus modell, ami minden anyag esetén kellően pontos eredményt szolgáltat. A Mullins-féle jelenség modellezésére leginkább Ogden és Roxburgh által javasolt modell<sup>18</sup> a legelterjedtebb és sok kutató használja fel ezt a modellt az új anyagmodellek

bevezetése esetén, ide értve a hidrogéleket is.

Mivel a vizsgált DN hidrogél szerkezetét két különböző polimer hálózat alkotja, emiatt célszerű ezt a sajátosságot a mechanikai anyagmodell felépítésénél is figyelembe venni. Másik fontos jellemző, hogy az anyagi tönkremenetelt főként az 1-es hálózatban lévő szakadások okozzák. Ezen megfigyelések olyan anyagmodell felépítését indokolják, ahol két hiperelasztikus ág van egymással párhuzamosan kapcsolva és az egyik ágban engedélyezzük az anyagi tönkremenetelt, vagyis a Mullins-féle jelenség modellezését. A javasolt anyagmodell sematikus ábrázolását szemlélteti a 9. ábra. A merevebb és ridegebb 1-es ágat egy hiperelasztikus modell írja le a Mullins-féle jelenség modellezésével, míg a lágyabb és szívósabb 2-es ág modellezésére tisztán hiperelasztikus modellt használunk.

Az ilyen párhuzamos kapcsolású anyagmodellek alkalmazása igen gyakori az anyagmodellezések során. Példaképpen lehetne említeni a „Two-Layer ViscoPlastic (TLVP)” modellt, ami a viszoelasztikus hatások mellett a képlékeny anyagi viselkedést is modellezi.<sup>19-21</sup> Az ABAQUS kereskedelmi végeeselemes szoftver külön anyagmodell családot tartalmaz az ilyen párhuzamos kapcsolású anyagmodellek felépítésére „Parallel Rheological Framework” néven.<sup>21</sup> Fontos megemlíteni, hogy ez az általánosított anyagmodell család Bergström „Parallel Network Model” néven publikált munkáira<sup>22-24</sup> épül. A modell a felhasználó igényének megfelelően építhető fel tetszőleges számú anyagmodell párhuzamos jellegű kapcsolásával. Minden egyes ág tartalmaz egy rugalmas elemet, ami kiegészíthető képlékeny komponenssel és viszkózus hatással is az anyagi tönkremenetel modellezése mellett. A modell család több alapmodellt kínál fel az egyes mechanikai komponensek kiválasztása esetén. Ennek köszönhetően a létrehozható eredő anyagmodellek száma igen nagyszámú.



8. ábra. Ciklikus terhelési program esetén kapott mérési eredmények a valós alakváltozás és valós feszültség alkalmazásával

Nagy alakváltozások esetén a rugalmas elemnek valamely hiperelasztikus modell választható.

A vizsgált DN hidrogél esetén a lehetséges hiperelasztikus modellek közül a Yeoh-féle hiperelasztikus modell<sup>25</sup> szolgáltatja a legpontosabb eredményeket, emiatt a következőkben csak ennek ismertetése történik. A Yeoh-féle hiperelasztikus modellnél összenyomhatatlan esetben az alakváltozási energiasűrűség függvény<sup>14,22,23</sup> (strain-energy function) az alábbi alakban adott:

$$U(I_1) = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (2)$$

A fenti kifejezésben, ahol  $I_1$  jelenti a főnyúlások négyzetösszegét. (1. táblázat) A Cauchy-féle feszültségekre (valós feszültségek) adódó összefüggések a vizsgált terhelési esetekben az alábbi alakokat öltik<sup>16</sup>:

$$\sigma_{ET} = 2(C_{10} + 2C_{20}(I_1^{ET} - 3) + 3C_{30}(I_1^{ET} - 3)^2) \left( \lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right), \quad (3)$$

$$\sigma_{KT} = 2(C_{10} + 2C_{20}(I_1^{KT} - 3) + 3C_{30}(I_1^{KT} - 3)^2) \left( \lambda^2 - \frac{1}{\lambda^4} \right), \quad (4)$$

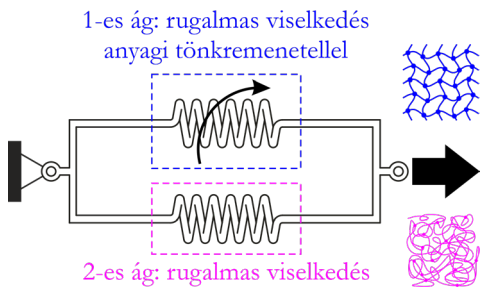
$$\sigma_{GE} = 2(C_{10} + 2C_{20}(I_1^{GE} - 3) + 3C_{30}(I_1^{GE} - 3)^2) \left( \lambda^2 - \frac{1}{\lambda^2} \right). \quad (5)$$

A fenti kifejezésekben az  $I_1$  mennyiségnél az ET, KT és GE felső indexek a terhelési esetekre utalnak. (1. táblázat)

Gumiszerű anyagoknál a Mullins-féle jelenség leírására a szakirodalomban Ogden and Roxburgh által javasolt modell<sup>18</sup> a legelterjedtebb. Az ABAQUS kereskedelmi végeselemes szoftver az eredetileg javasolt modellnek egy továbbfejlesztett változatát tartalmazza.<sup>21,22</sup> Jelen tanulmány is ezt a módosított modellt használja fel az anyagmodell illesztésnél. Az anyagi tönkremenetel következtében a testben tárolt rugalmas energia értéke csökken. Összenyomhatatlan anyagoknál ez a jelenség az  $U(I_1, \eta) = \eta \cdot U(I_1)$  formulával adható meg, ahol a tönkremenetelt leíró skalármennyiségre ( $0 \leq \eta \leq 1$ ) bevezetett összefüggés az alábbi alakú:

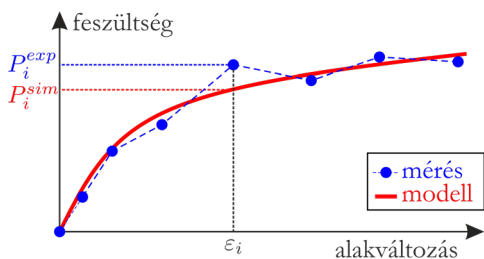
$$\eta = 1 - \frac{1}{r} \operatorname{erf} \left[ \frac{U_{max} - U}{\bar{U} + \beta \cdot U_{max}} \right]. \quad (6)$$

A fenti kifejezésben szereplő  $\operatorname{erf}[\blacksquare]$  függvény jelenti a Gauss-féle hibafüggvényt.<sup>26</sup> A javasolt anyagmodell tehát összesen 9 anyagparamétert tartalmaz, melyből 3-3 paramétert használunk az egyes ágakban szereplő hiperelasztikus modellekhez, míg további 3 paramétert ( $r, \hat{U}, \beta$ ) tartalmaz az 1-es ágban alkalmazott tönkremeneteli modell.



9. ábra. A javasolt anyagmodell sematikus ábrázolása.





10. ábra. A mért értékek és az anyagmodell által kapott megoldások közötti hibák szemléltetése.  $P_i^{\text{exp}}$  jelenti az  $\varepsilon_i$  alakváltozásnál mért feszültséget, míg  $P_i^{\text{sim}}$  jelöli a modell által szolgáltatott megoldást.

Az anyagmodellben szereplő paraméterek meghatározásához a mért alakváltozás és feszültség értékpárokhoz illesztjük a modellel kapott megoldásokat, amit a 10. ábra szemléltet. Ennek során a mért és számított eredmények közötti hibát minimalizáljuk, vagyis egy optimalizálási feladatot kell elvégeznünk.

A mért feszültségértékek és az anyagmodellel kapott megoldások közötti hiba számszerű mérésére több mérőszámot is használhatunk, melyek közül itt a determinációs együtthatót<sup>22</sup> (coefficient of determination) alkalmazzuk, melynek megadása az alábbi összefüggéssel történik:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (P_i^{\text{exp}} - P_i^{\text{sim}})^2}{\sum_{i=1}^N (P_i^{\text{exp}} - \bar{P}^{\text{exp}})^2}. \quad (7)$$

Az  $R^2$  képletében  $P_i^{\text{exp}}$  jelenti az  $i$ -edik helyen mért feszültségértéket, míg  $P_i^{\text{sim}}$  az ugyan-ezen helyen az anyagmodell alkalmazásával számított feszültség értéke. A mért feszültségértékek számtani közepét  $\bar{P}^{\text{exp}}$  jelöli. A fenti kifejezésben  $N$  a mérési pontok száma. Az illesztés akkor pontos ha  $R^2$  értéke 1-hez minél közelebb helyezkedik el. Célunk tehát olyan paraméteregyüttest találni, ami minél jobban teljesíti ezt a kívánalmat. Fontos megjegyezni, hogy a vizsgált példánál 3 különböző mérési adatot is felhasználunk az illesztéshez.

Az előzőekben bemutatott anyagmodellhez tartozó számítási algoritmus kódját Wolfram Mathematica-ban készítette el a szerző.<sup>27</sup> A paraméterek meghatározásához szolgáló optimalizálási feladat elvégzése is Wolfram Mathematica-ban történt az NMinimize függvény segítségével. A kapott eredményeket a következő fejezet ismerteti.

## Eredmények

Az illesztett anyagmodellben két hálózathoz tartozó Yeoh-féle hiperelasztikus anyagmodellek paramétereit az 2. táblázat foglalja össze. Az 1-es ágban alkalmazott tönkrementeli modell paramétereit pedig a 3. táblázat tartalmazza.

	$C_{10}$ [kPa]	$C_{20}$ [kPa]	$C_{30}$ [kPa]
1-es hálózat	81,54	14,44	-3,3
2-es hálózat	16,73	12	-1,543

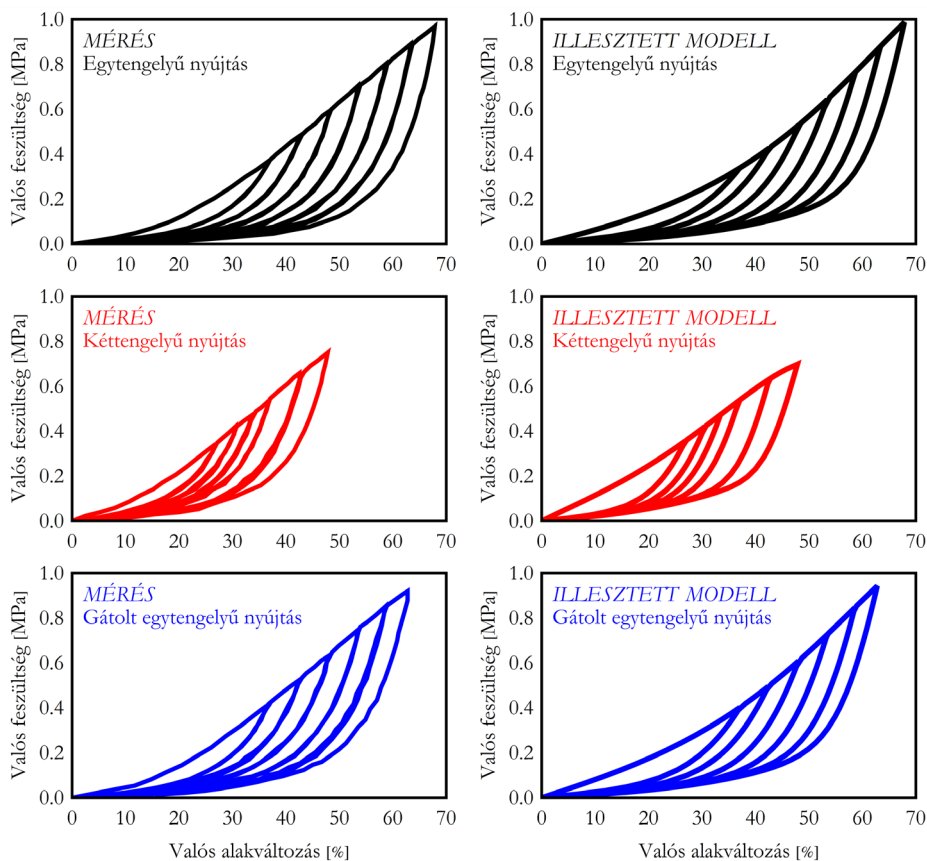
2. táblázat. Az egyes hálózatokban lévő hiperelasztikus modellek illesztett paramétereit.

$r$ [1]	$\hat{U}$ [kPa]	$\beta$ [1]
1,0012	43,63	0,0952

3. táblázat. A Mullins-féle jelenség leírására alkalmazott modell paramétereit, hiperelasztikus modellek illesztett paramétereit.

Az illesztés során kapott  $R^2$  érték 0,99-re adódott, ami azt mutatja, hogy a modell által szolgáltatott megoldások viszonylag közel helyezkednek el a mért értékekhez. Az egyes terhelési esetek esetén a 11. ábra mutatja a mért és számított feszültségértékek összehasonlítását. Megállapítható, hogy az illesztett anyagmodell jellegre helyesen visszaadja a mérésnél megfigyelt jelenségeket és a kapott számértékek is igen közel helyezkednek el a mért értékekhez.





II. ábra. A mért és számított valós feszültség értékek az vizsgált terhelési esetek során.  
A mérést a bal, míg a számítást a jobb oldali ábra mutatja.

## Összefoglalás

Jelen tanulmány a „Double-Network” (DN) hidrogélek mechanikai anyagmodelljezésével foglalkozik. A szakirodalomban elérhető anyagvizsgálati mérések közül egy kiválasztott DN hidrogél esetén mutat be példát a cikk arra, hogy milyen anyagmodell segítségével tudjuk lemodellezni a mérésnél megfigyelt mechanikai jelenségeket, ide értve a nagymértékű rugalmas deformációt és a Mullins-féle jelenséget. A szerző által javasolt anyagmodell két hálózat párhuzamos kapcsolásából tevődik össze, ahol mindkét ágban a rugalmas anyagi

viselkedést a Yeoh-féle hiperelasztikus modell írja le. Az anyagi tönkremenetel modellezésére Ogden és Roxburgh által javasolt modell továbbfejlesztett változata került beépítésre. A kapott anyagmodell által szolgáltatott feszültség megoldások előállításához a szerző számítási algoritmust készített Wolfram Mathematica programozási környezetben. Az anyagmodellben szereplő paraméterek meghatározása globális optimalizálási eljárás segítségével történt három különböző mérési adatsor felhasználásával. A javasolt anyagmodell által szolgáltatott eredmények nagy pontosságú egyezést mutatnak a mérési adatokkal.

## IRODALOMJEGYZÉK

1. *Webber RE, Costantino C, Brown HR, Gong JP.* Large Strain Hysteresis and Mullins Effect of Tough Double-Network Hydrogels. *Macromolecules.* 2007;40:2919-2927.
2. *Yang F, Zhao J, Koshut WJ, Watt J, Riboh JC, Gall K, Wiley BJ.* A Synthetic Hydrogel Composite with the Mechanical Behavior and Durability of Cartilage. *Advanced Functional Materials.* 2020;30(36):1-8.
3. *IUTAM.* Mechanics of Smart and Tough Gels. Virtual Symposium. 2021. Május 24-29. <https://sites.utexas.edu/iutam2021/program/>
4. *Solti K, Gyarmati B, Szilágyi A.* Szívós polimer hidrogélek. *Műanyag- és gumiipari évkönyv* 2015;13:100-108.
5. *Chen Q, Chen H, Zhu L, Zheng J.* Fundamentals of double network hydrogels. *Journal of Materials Chemistry B.* 2015;3(18):3645-3886.
6. *Gong JP.* Why Are Double Network Hydrogels so Tough? *Soft Matter.* 2010;6(12):2583-90.
7. *Gong JP, Katsuyama Y, Kurokawa T, Osada Y.* Double-Network Hydrogels with Extremely High Mechanical Strength. *Advanced Materials.* 2003;15:1155-1158.
8. *Nakajima T, Gong JP.* Double-Network Hydrogels: Soft and Tough IPN. *Encyclopedia of Polymeric Nanomaterials.* 2013;1-6.
9. *Mai TT, Matsuda T, Nakajima T, Gong JP, Urayama K.* Distinctive Characteristics of Internal Fracture in Tough Double Network Hydrogels Revealed by Various Modes of Stretching. *Macromolecules.* 2018;51:5245-5257.
10. *Saadedine M, Zaïri F, Ouali N, Tamoud A, Mesbah A.* A micromechanics-based model for visco-super-elastic hydrogel-based nanocomposites. *International Journal of Plasticity.* 2021;144:103042:1-19
11. *Xiao R, Mai TT, Urayama K, Gong JP, Qu S.* Micro-mechanical modeling of the multi-axial deformation behavior in double network hydrogels. *International Journal of Plasticity.* 2021;137:102901.
12. *Zhu P, Zhong Z.* Development of the network alteration theory for the Mullins softening of double-network hydrogels. *Mechanics of Materials.* 2021;152:103658:1-7.
13. *Khiem VN, Mai TT, Urayama K, Gong JP, Itskov M.* A Multiaxial Theory of Double Network Hydrogels. *Macromolecules.* 2019;52:5937-5947.
14. *Holzappel GA.* *Nonlinear Solid Mechanics.* Wiley. 2000.
15. *Doghri I.* *Mechanics of Deformable Solids.* Springer. 2000.
16. *Steinmann P, Hossain M, Possart G.* Hyperelastic models for rubber-like materials: consistent tangent operators and suitability for Treloar's data. *Archive of Applied Mechanics.* 2012;82:1183-1217.
17. *Hossain M, Steinmann P.* More hyperelastic models for rubber-like materials: consistent tangent operators and comparative study. *Journal of the Mechanical Behavior of Materials.* 2013;22(1-2):1-24.
18. *Ogden RW, Roxburgh DG.* A Pseudo-Elastic Model for the Mullins Effect in Filled Rubber. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A.* 1999;455:2861-2877.
19. *Kossa A, Horváth AL.* Powerful calibration strategy for the two-layer viscoplastic model. *Polymer Testing.* 2021;99:107206:1-13.
20. *Berezvai SZ, Kossa A.* Performance of a parallel viscoelastic-viscoplastic model for a microcellular thermoplastic foam on wide temperature range. *Polymer Testing.* 2020;84:106395:1-14.
21. *Dassault Systèmes.* ABAQUS Theory Guide, Version 2019.
22. *Bergström J.* *Mechanics of Solid Polymers.* Elsevier. 2015.
23. *Veryst Engineering.* The PolyUMod library of user-material models. Version 6.2.0. <https://polymerfem.com/polyumod/>. 2021.
24. *Veryst Engineering.* MCalibration. Version 6.2.0. <https://polymerfem.com/mcalibration/>. 2021.
25. *Yeoh OH.* Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber. *Rubber Chemistry and Technology.* 1993;66(5):754-771.
26. *Oldham KB, Myland J, Spanier J.* *An Atlas of Functions 2nd Edition.* Springer. 2008.
27. *Wolfram Research, Inc.* *Mathematica, version 12.* Champaign, Illinois, USA. <https://www.wolfram.com/mathematica>. 2021.

**Köszönetnyilvánítás**

*Szerző köszönetét fejezi ki a Bolyai János Kutatási Ösztöndíj során kapott támogatásért. Szerző köszönetét fejezi ki az NKFIH FK 128662 projekt keretében kapott támogatásért. Az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-20-5 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült. A jelen publikációban megjelenő kutatások az ITM NKFIA által nyújtott TKP2020 IKA támogatásból, az NKFIH által kibocsátott támogatói okirat alapján valósultak meg (projekt azonosító: TKP2020 BME-IKA-BIO).*

---

**Kossa Attila**

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar,  
Műszaki Mechanikai Tanszék  
1111 Budapest, Műegyetem rakpart 5.  
kossa@mm.bme.hu